

REPUBLIQUE DEMOCRATIQUE DU CONGO
ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET UNIVERSITAIRE

**INSTITUT SUPERIEUR PEDAGOGIQUE
DE LUBUMBASHI**

isplubum@yahoo.fr



MBEGU

Revue Scientifique et Pédagogique

Editée par le

**Centre de Recherche et d'Animation
Pédagogique (CRAP)**

**Numéro 41
Juin 2014**

Revue Mbegu

**Revue Scientifique et Pédagogique de l'Institut Supérieur
Pédagogique de Lubumbashi**

Editeur responsable : Centre de Recherche et d'Animation
Pédagogique

Comité de Rédaction :

Rédacteur en Chef : Professeur Associé CHIPENG
KAYEMB FRANCOIS, Président de la
Commission de suivi des activités du
CRAP.

Membres :

- Professeur Ordinaire LUKOBA CHABALA, Directeur Général
- Professeur Ordinaire ISANGO IDI WANZILA, Secrétaire Général Académique
- Professeur Associé Jean Bosco Hugues LUNUMBI, Secrétaire Général Administratif
- Chef de Travaux TSHAKWIZA KAHANDE Emile, Administrateur de Budget.

Comité Scientifique

- KAMBA MUZENGA, Professeur Ordinaire ;
- NGOY FIAMA BITAMBILE, Professeur Ordinaire ;
- MULEKA KIMPANGA, Professeur Ordinaire ;
- KASHOMBO NTOMPA, Professeur Ordinaire ;
- BAKATUMANA NTUMBA, Professeur ;

- MUKAKALA MUKULA, Professeur ;
- KIBAWA WIMWENE, Professeur
- MULOWAYI KATSHIMWENA, Professeur ;
- MAYELE ILO, Professeur ;
- ZOLA DIAME, Professeur ;
- CHIPENG KAYEMB FRANCOIS, Professeur Associé ;
- KABULU DJIBU, Professeur Associé ;
- KASONGO MANDE, Professeur Associé ;
- MPIRY BEN OPINE, Professeur Associé;
- MPUNDU MUBEMBA, Professeur Associé ;
- NGOY SHUTSHA, Professeur Associé ;

Instructions aux auteurs

a) Présentation des textes

La revue Mbegu est une revue scientifique et pédagogique, elle est donc destinée à la publication de travaux originaux ou de mise au point dans les domaines de la recherche pure ou de la recherche pédagogique. Cette revue paraît actuellement deux fois l'an. Sa périodicité pourrait être modifiée si les conditions matérielles et financières de publication ainsi que la productivité scientifique le permettent.

Tout article destiné à la publication devra être déposé, en deux formats, sur papier imprimé et en format électronique sur CD ou Flash, auprès du Directeur du centre. Ce dernier se réserve le droit de refuser un article qui ne répondrait pas à ces exigences. L'article est saisi avec double interligne et au recto exclusivement. La marge est de 5 cm sur papier A4.

Il sera présenté de la manière suivante :

- Le titre en capitales et non souligné
- Le nom et post nom de l'auteur ou des auteurs est (sont) sur une feuille à part ;
- Une bibliographie présentée après les notes et selon les normes internationales : nom de l'auteur, année de publication
- Les références bibliographiques dans le texte seront notées de la manière suivante : nom de l'auteur suivi de la date entre parenthèse ;

- La bibliographie ne comprendra que les références citées dans le texte. Elle doit être présentée par ordre alphabétique des noms des auteurs ;

Tout article est soumis obligatoirement à l'approbation de deux membres au moins de comité scientifique. Le Comité de rédaction, qui se réunit régulièrement, se réserve le droit de faire appel à toute personne qui peut être consultée en raison de sa compétence particulière à ce sujet. Il se réserve également le droit de refuser tout article dont le contenu ou la forme ne serait pas approuvé ou éventuellement de demander aux auteurs d'effectuer toute correction jugée nécessaire. Le Comité de rédaction est le seul organe habilité à décider de la parution d'un article après examen des avis de lecture et délibération à huis clos. Nous ne publions que des articles inédits.

b) Les frais de publication

Les frais de lecture et de publication sont fixés à l'équivalent en Francs Congolais de 100 dollars Américains et une rame de papier duplicateurs payable avant de déposer l'article.

Sommaire

A) Sciences Exactes

1. CHIPENG KAYEMB FRANCOIS KAKENZA INABANA, KAMAND YITIL et YUMBA NKULU : Absorption, Translocation et Accumulation du cuivre dans les parties aériennes comestibles d'*Abelmoscus exculenta* cultivé dans un site artificiellement contaminé au cuivre **7**
2. KAKENZA INABANA et CHIPENG KAYEMB : Absorption, translocation et accumulation du cuivre dans les parties comestibles de patates douces cultivées sur un site contaminé..... **25**
3. RUBUZ FAT LALOO : Analyse représentative des quelques vecteurs et operateurs en mécanique quantique par une matrice **40**
4. LUKINSHA KASABUSHA : La structure d'anneau des classes résiduelles et la messagerie secrète : (Chiffrement de Hill) **69**
5. LUKINSHA KASABUSHA DEOGRACIAS et BWALYA MULUMBA IGNACE : de l'approche mathématisée de la sociologie africaine **81**
6. KALENGA M. et MELCHADETAU : Evolution des capacités physiques des étudiants finalistes du département d'éducation physique et gestion sportive de l'université pédagogique nationale de 2011 a 2013 : Etude réalisée sur quelques étudiants finalistes du premier cycle **106**

B) Lettres et Sciences Humaines

1. KAKUDJI NGOY DELPHIN: concordance entre le résultat analytique et le résultat comptable par la méthode de rapprochement en Syscohada **117**
2. ILUNGA NGAJI MARCELLIN: revisiting translation method: bilingualism in the classroom **150**

3. KAZIBA MUNZA: la problématique de la production et de l'importation des biens alimentaires de première nécessité au Katanga (cas de la farine de maïs) **161**

Absorption, Translocation et Accumulation du cuivre dans les parties aériennes comestibles d'*Abelmoscus exculenta* cultivé dans un site artificiellement contaminé au cuivre

Par

**CHIPENG KAYEMB FRANCOIS ⁽¹⁾, KAKENZA INABANA ⁽²⁾,
KAMAND YITIL ⁽³⁾ et YUMBA NKULU ⁽²⁾**

1. INTRODUCTION

L'exploitation des substances à caractère polluant dans l'environnement entraîne la contamination des sols, de l'air et des eaux. Ces substances incriminées peuvent être de nature soit organique, soit minérale ou encore de toutes les deux.

Il convient de signaler que le sol est un substrat ou un support des plantes et leur lieu de puisement de nourriture, il est un milieu biologique où la pédofaune et la pédo flore se développent. Dans la mesure où la plante joue un rôle de vecteur des métaux lourds vers le monde animal y compris l'Homme, le transport de ces substances constitue l'un des dangers les plus préoccupants, associé à la pollution des sols.

Certains de ces métaux sont des oligoéléments indispensables dans la croissance des végétaux (Cu, Fe, Mn, ...); certains autres n'ont aucun rôle physiologique (Pb, Cd,...). Dans tous les cas, ces éléments deviennent nuisibles à une certaine dose.

(1) Professeur Associé à l'Institut Supérieur Pédagogique de Lubumbashi

(2) Assistant à l'Institut Supérieur Pédagogique de Lubumbashi

(3) Chef de Travaux à l'Institut Supérieur Pédagogique d Lubumbashe

La population Katangaise, par l'exploitation minière, creuse dans les roches et les sols à la recherche des métaux tels que le cuivre, le plomb, le cobalt, le zinc, le fer et le cadmium ; elle jette des déchets miniers dans la nature, soit sur le sol, soit dans l'eau. Certains minerais sont lavés dans des rivières ou collecteurs d'eaux, qui par la suite, ces eaux sont utilisées par la population qui pratique les cultures maraichères, c'est le cas des rivières Lubumbashi et Kafubu.

Une bonne surface des sols contaminés, constitue des terrains de culture. Les produits de cultures font partie intégrante de l'alimentation tant humaine qu'animale.

Quel rapport y a-t-il entre une culture réalisée dans un site contaminé et l'absorption, la translocation et l'accumulation des métaux lourds, cas du cuivre, dans les parties aériennes comestibles? Existe-t-il un mécanisme de tolérance (exclusion ou absorption) chez le gombo contre les fortes teneurs en cuivre? Existe-t-il des risques de contamination aux métaux lourds sur la santé de consommateurs de gombos récoltés dans les sites à proximité des carrières ? Des cultures pratiquées sur des terrains contaminés ne constituent-elles pas des voies d'intoxication par les métaux lourds sur la santé des consommateurs ? Telles sont les questions qui ont orientées nos investigations.

Notre choix porté sur le Gombo (*Abelmoschus esculenta*) se justifie par deux raisons suivantes: d'une part, cette espèce est facile à cultiver, elle exige juste une saison de pluie et environ deux mois pour produire des fruits ou des feuilles comestibles; durant la saison sèche, un simple arrosage à travers une culture maraîchère suffit pour obtenir un meilleur rendement. D'autre part les fruits immatures de gombo sont consommés et appréciés comme légumes, favorisant la digestion à cause de la richesse en mucilage (Brawn et al., 2000).

Ainsi, pour atteindre notre objectif, un terrain de cinq doses différentes de cuivre a été préparé et 25 échantillons y ont évolués

durant deux mois. Trois paramètres de croissance ont été mesurés, à savoir: le taux de germination, la croissance caulinaire et le nombre de feuilles produites. Ainsi, 25 échantillons de fruits immatures ont été récoltés pour une analyse minérale afin de déterminer la quantité de cuivre absorbée et transloquée dans les parties aériennes comestibles.

Les métaux lourds sont des éléments métalliques ayant une masse volumique supérieure à 5.000 kg/m³. Par confusion, compte tenu du caractère potentiellement toxique de certains de ces métaux lourds, en occurrence le mercure, le plomb et le cadmium, on inclut parfois dans la catégorie des métaux certains composés toxiques n'ayant aucun caractère métallique, tel est le cas de l'arsenic. D'où l'usage de l'expression élément trace métallique (ETM). (Baizet and Tercet ; 2012) Chaque élément essentiel doit jouer un rôle biochimique ou physiologique dans la plante. Son absence est caractérisée par un ou plusieurs symptômes de carence en relation avec le rôle qu'il joue. Le tableau I, selon Mench (1980), indique les gammes des valeurs pour les principaux métaux lourds.

Tableau I : Teneurs moyennes en métaux lourds dans les plantes en mg.kg⁻¹ (MENCH, 1980)

ETM	As	Cd	Cr	Cu	Hg	Ni	Pb	Se	Zn
Moyenne	0 - 1,5	0 - 10	0 - 3	5 - 20	0 - 0,5	0,1 - 0,6	0,01 - 4	0 - 1	10 - 80

Une vingtaine des ETM dans leur ensemble sont indispensables aux processus physiologiques majeurs, en particulier la respiration, la photosynthèse ou l'assimilation des macronutriments (Kabata, Pendas and Pandias, 2001). Beaucoup de ces métaux, Cu, Zn, Ni, Co, Fe, Se et Ba sont aussi impliqués au niveau des processus

moléculaires tels que le contrôle de l'expression des gènes, la biosynthèse des protéines, des acides nucléiques, des substances de croissance, de la chlorophylle et des métabolites secondaires; le métabolisme lipidique ou la tolérance au stress (Rengel, 1999). Cependant, ces mêmes ETM deviennent toxiques et nuisibles à la plante lorsqu'ils se trouvent en quantité supra-optimale. Dans ce cas, ils créent un stress métallique nuisant ainsi au bon fonctionnement de la plante.

Deux stratégies principales de résistance existent (Brooks et al.; 1982) :

- La stratégie d'**exclusion**, par laquelle les plantes luttent contre les stress métalliques en limitant l'absorption des grandes quantités d'ETM.

- La stratégie de **tolérance**, utilisée dans cet article comme synonyme de résistance, qui fait référence aux réactions permettant de limiter les effets néfastes des métaux dans l'organisme.

Il existe beaucoup de plantes qui tolèrent de fortes quantités de métaux lourds dans leurs tissus, ces fortes teneurs absorbées sont souvent transloquées vers les parties aériennes. De telles plantes sont dites accumulatrices, lorsqu'elles absorbent 100 et 1.000 mg.kg⁻¹ respectivement pour le cadmium, le cuivre, le nickel et le zinc. Ainsi il existe, à l'heure actuelle, plus de 400 espèces recensées comme hyperaccumulatrices (Brooks et al., 1982).

La pollution est une modification défavorable du milieu naturel qui apparaît en totalité ou en partie comme un sous-produit de l'action humaine au travers d'actions directes ou indirectes altérant les critères de répartition des flux d'énergie, des niveaux de radiation, de la constitution physico-chimique du milieu naturel et de l'abondance des espèces vivantes (Anonyme, 1974).

Le cuivre agit comme activateur de plusieurs enzymes aux propriétés et fonctions diverses, parmi lesquelles les enzymes qui interviennent dans la photosynthèse et la respiration (Syprea, 2000). Pour des plantes qui poussent sur des sols contenant une concentration de cuivre peu mobile, la fourniture de cuivre peut être insuffisante. Ainsi, la croissance de la plante est sévèrement réduite et des symptômes de déficience peuvent se manifester (Immaculata, 2005).

Exception faite au cadmium, et parfois au nickel, le cuivre est le plus toxique des métaux lourds. Sa toxicité induirait une déficience en fer, dont le symptôme principal est une chlorose (Bourellier et Berthelin, 1998). Ainsi, les symptômes de la phytotoxicité du cuivre apparaissent à partir de 15 à 30 mg.kg⁻¹ du Cuivre MF dans les feuilles des plantes cultivées (Reuter et Robinson, 1997).

La carence en cuivre dans le sol ralentit la croissance et entraîne la formation d'entre-nœuds courts et des petites feuilles (Syprea, 2000). On assiste aussi à une inhibition de la croissance, car l'absence du cuivre empêche certaines réactions enzymatiques à se dérouler. Signalons aussi qu'un déficit en cuivre d'un sol induit une déficience en fer, dont le symptôme est la chlorose et une mollesse générale de la plante, phénomène qui n'arrive pas normalement en culture.

Quand le cuivre se trouve dans le sol, il se lie fortement aux matières organiques et aux minéraux. Par conséquent, il ne se propage pas loin et il ne pénètre presque jamais dans les eaux souterraines. Le cuivre ne se détruit pas dans l'environnement et de ce fait, il peut s'accumuler dans les plantes et les animaux quand il est présent dans le sol. Sur les sols riches en cuivre, seul un nombre limité de plantes ont la chance de survivre. C'est pourquoi il n'y a pas beaucoup de diversité de plantes près des industries rejetant du cuivre.

Matériel et Méthodes

Milieu de travail

Notre travail a été réalisé dans la ville de Lubumbashi. Celle-ci est située au sud de la République Démocratique du Congo, dans la province du Katanga. Elle est la capitale de la province du Katanga, appelée aussi « capitale du cuivre » à cause de l'exploitation du cuivre ; elle est la deuxième ville la plus peuplée après Kinshasa.

Lubumbashi est situé à 1.230 m d'altitude, entre 11°20' et 12° sud de latitude, et entre 27°10' et 27° de longitude. Il a un climat tropical à deux saisons, la première sèche allant d'avril à octobre et la seconde pluvieuse allant de novembre à mars avec une pluviométrie moyenne de 1.228 mm. La température moyenne annuelle est de 20°C (Bakajika et al, 2007).

La ville compte 7 communes dont celle de Lubumbashi qui a servi de cadre pour nos investigations, précisément le sol de l'ISP/Lubumbashi du côté de l'école secondaire appelée IDAP.

Matériel

- a. **Matériels de travail et produits :** La préparation du terrain expérimental a exigé l'usage des matériels et appareils suivants : la houe, les ficelles, les piquets, le mètre ruban, la balance électronique de précision 10^{-4} . Les produits chimiques suivants ont été utilisés : le sulfate de cuivre ($\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$) et les engrais chimiques (NPK et urée).
- b. **Matériel biologique :** *Abelmoschus esculenta* (**Malvaceae**), connue sous le nom de gombo, a été utilisé comme matériel biologique. C'est une plante annuelle d'origine asiatique, précisément indienne. Ses fruits immatures, du type capsules, et ses feuilles sont consommés comme légumes en Afrique. Les gombos en Afrique de l'Ouest, sont la deuxième production

légumière après les tomates. Les fruits immatures peuvent être coupés en morceaux et cuits dans l'eau en vue de confectionner la soupe et la sauce de consistance visqueuse. Les fruits peuvent être séchés et conservés pour être consommés en pénurie. Dans ce cas, ils sont coupés en rondelles ou réduits en poudre après avoir subi un séchage au soleil (Kamand, 2007).

Ainsi 25 échantillons des fruits immatures ont été récoltés dans 5 parcelles de différentes concentrations de cuivre; ces échantillons ont été récoltés après 2 mois de culture.

Méthodes

☞ *Préparation du terrain:* Le terrain expérimental préparé a été segmenté en 5 parcelles en fonction des concentrations en cuivre retenues (voir tableau II). Chacune de parcelles a été amendée avec les deux engrais chimiques (l'urée et le N.P.K).

Tableau II : Teneur de cuivre incorporé dans différentes parcelles

Parcelles	Traitements (mg.kg ⁻¹)	Etendue (m ²)	Poids du sol (⁽¹⁾ Kg)	Quantité de cuivre incorporé (mg.kg ⁻¹)
I	0	6	1.531	0
II	5	6	1.531	1.914
III	20	6	1.583	7.916
IV	50	6	1.583	19.788
V	100	6	1.583	39.575

(1) Etant donné la difficulté de peser un sol d'un volume de $6,25 \text{ m}^3$, nous avons procédé par la règle de trois simples. En effet, nous avons pesé le poids d'un échantillon de sol ayant comme volume 8.10^{-3} m^3 (Longueur=0,2m X largeur=0,2m X hauteur=0,2m) et avons par la suite estimé le poids d'un sol d'un volume quelconque à l'aide de la règle de trois simple.

☞ **Semis** : Les graines ont été semées le 20 décembre 2010. Chaque parcelle était constituée de 5 lignes contenant chacune 6 poquets, ce qui fait au total 30 poquets par parcelle. L'écartement entre les lignes était de 15 cm et entre les poquets de 12 cm.

☞ **Paramètres de croissance utilisés**: Pour étudier la capacité du gombo à tolérer les fortes teneurs en cuivre et celle d'absorption et d'accumulation de cuivre dans les parties aériennes comestibles, nous avons utilisé les paramètres de croissance suivants :

- Le taux de survie des plantules issues de la germination.
- La croissance foliaire et caulinaire.
- La teneur en cuivre transloquée dans les fruits immatures de Gombo. En ce qui concerne l'analyse minérale, nous avons récolté aléatoirement dans chacune des parcelles des fruits immatures de gombo.

☞ **Lavage des échantillons** : Une fois récoltés, les échantillons ont été immédiatement acheminés au laboratoire de biologie à l'ISP-Lubumbashi pour lavage et séchage. A l'aide d'une balance électronique de précision 10^{-4} , les échantillons ont été pesés pour en déterminer le poids frais (PF) et évidemment la teneur en eau. Après la pesée, les échantillons ont été lavés successivement dans les solutions suivantes : l'eau distillée pendant une minute ;

l'EDTA (Ethylène-Diamine-Tétracetate) pendant trois minutes et l'eau distillée pendant une minute.

☞ *Séchage des échantillons*: Les échantillons ainsi lavés ont été placés dans des boîtes de pétrie bien propres et numérotées suivant la récolte puis, nous les soumis au séchage dans le four pasteur à 60°C durant 96 heures. Enfin, les échantillons ont été envoyés au laboratoire de l'OCC (Office Congolais de Contrôle) pour une analyse au spectrophotomètre d'absorption atomique.

Résultats

Les résultats de tests de translocation, d'absorption et d'accumulation de cuivre dans les fruits immatures de gombo sont présentés dans les tableaux ci-dessous :

III : Tableau synthétique de croissance foliaire et caulinaire aux différentes concentrations en cuivre chez le Gombo

Concentration dans les Parcelles (ppm)	Taux de germination (%) n=90	Moyenne de nombre de feuilles après 42 jours n=18	Longueur moyenne tige après 42 jours de culture
[0]	74 ± 3	6	18,5
[5]	78 ± 4	6	18,6
[20]	76 ± 3	6	16,4
[50]	74 ± 2	6	15,6
[100]	71 ± 4	6	10,5

Pour toutes les concentrations en cuivre dans le sol, le taux de germination varie entre 71 et 78 %. De même pour la moyenne des nombres de feuilles qui est de 6 après 42 jours de culture.

Cependant, observons que la longueur moyenne des tiges est inversement proportionnelle aux teneurs de cuivre dans le sol.

IV : Tableau synthétique d'analyse minérale et calcul des rapports (R) des quantités de cuivre entre le milieu de culture et l'échantillon récolté chez le gombo

Parcelles	Cu		Co		K	
	Quantité ($mg.kg^{-1}$)	Rapport (R)	Quantité ($mg.kg^{-1}$)	Rapport (R)	Quantité ($mg.kg^{-1}$)	Rapport (R)
[0]	4,8	1,0	0,6	1,0	49,7	1,0
[5]	47	10	1,3	2,2	85,6	1,7
[20]	66	14	2,1	3,5	128,1	2,6
[50]	75	16	2,1	3,5	117,3	2,4
[100]	77	16	2,2	3,7	121,6	2,5

R : est le rapport d'un calcul entre la quantité du cuivre accumulé du témoin considéré comme référence sur celle des autres traitements. De ce tableau, nous remarquons que la parcelle ayant présenté une

moyenne plus élevée est celle de 100 mg.kg⁻¹ de cuivre dans le sol avec 77 mg.kg⁻¹ accumulé.

Interprétation des résultats

Les résultats de nos investigations ont montré que l'absorption et la translocation du cuivre dans les parties comestibles d'*Abelmoschus esculenta* sont fonction des teneurs de cuivre dans le milieu de culture.

L'analyse des taux de germination des graines (Tableau III), montre que la teneur en cuivre dans le milieu n'a eu aucun effet sur le processus de germination. Ce comportement est en accord avec les principes généraux de physiologie, selon lesquels, la germination des graines dépend plus des facteurs externes bien connus, la teneur en CO₂, la température et humidité d'une part et des facteurs internes tels que la maturité des graines, l'âge d'autre part.

La teneur du cuivre dans un milieu n'a aucune influence sur le taux de germination, ceci explique d'ailleurs pourquoi à 0 mg.kg⁻¹ et à 50 mg.kg⁻¹, le taux de germination est toujours de 74% et à 100 mg.kg⁻¹, il est de 76%. La croissance du taux de germination dans presque tous les 5 milieux, prouve que toutes les conditions ou facteurs de croissance étaient identiques partout.

Cependant, le taux de survie des plantules après germination, était sensiblement influencé par la teneur en cuivre dans le milieu. Ce qui explique la mort de beaucoup de jeunes plantules à partir de 20 mg.kg⁻¹. La même constance a été observée pour la croissance foliaire, précisément sur nombre de feuilles produites après 42 jours de culture (Tableau III). En effet, la capacité de produire des feuilles dans une plante est une potentialité génétique, non influençable par les conditions environnementales (Abbayes et al., 1963), cependant les modifications de la surface foliaire étaient évidentes. Quant à la croissance caulinaire, les résultats montrent

clairement l'effet toxique de l'excès de cuivre dans la croissance. Dans le sol non contaminé, supposé normal, la moyenne de la longueur de la tige est de 18,5 cm après 42 jours de culture, alors qu'avec la même durée de culture, la tige n'a en moyenne que 105 cm dans le milieu de 100 mg.kg⁻¹ de cuivre dans le sol. Le tableau synthétique IV et la figure 1 ci-dessous montrent que l'effet toxique du cuivre sur la croissance caulinaire est amorcé déjà à partir de 20 ppm. Ce comportement confirme les travaux de Mench (1990) qui démontraient que dans un sol normal, la teneur moyenne en cuivre tolérable par les plantes doit être de 5 à 20 ppm. Nous pensons donc qu'*Abelmoschus esculenta* ne possède aucun mécanisme de tolérance aux fortes teneurs en cuivre ; il n'y a ni la stratégie d'exclusion, ni celle de séquestration pour anéantir l'effet toxique du cuivre. Cet effet nocif du cuivre est, croyons-nous, amorti par la teneur, non seulement des matières organiques présentes dans le milieu de culture, mais aussi par les engrais chimiques utilisés pour amender les sols. Nous pensons donc que dans un sol pauvre en matières organiques et non amendées, le gombo se comporterait encore moins efficacement. . C'est le cas des nombreux sites d'exploitation du cuivre abandonnés ou utilisés comme champ de culture.

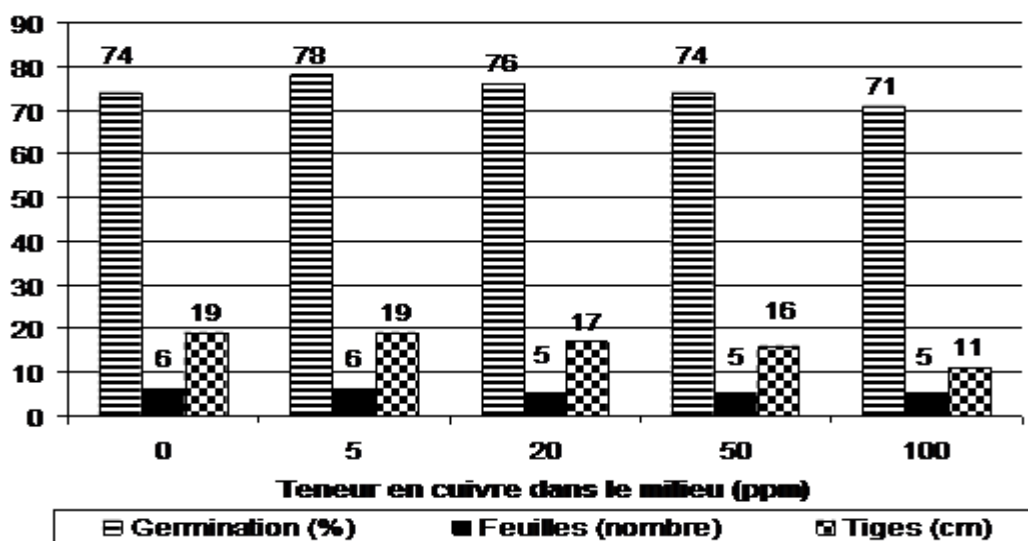


Figure 1 : Taux de survie, croissance foliaire et croissance caulinare du gombo

Le comportement d'*Abelmoschus esculenta* (gombo), quant à l'absorption minérale du cuivre, confirme l'inexistence d'un mécanisme de tolérance. La plante est incapable de freiner l'entrée des ions de cuivre, et il n'existe pas de mécanisme de chélation des ions de cuivre par les ligands organiques, le cuivre absorbé n'est donc pas séquestré, et cela explique son effet toxique observé sur la croissance de la plante.

L'analyse du rapport d'absorption montre qu'à partir de 50 mg.kg⁻¹ de cuivre dans le milieu, la plante accumule 156 fois plus qu'une plante normale (Tableau XIV et figure).

Nous avons constaté une corrélation positive entre l'accumulation du cuivre, de cobalt et de potassium. Cette corrélation traduit l'expression de stress. En effet, toute plante en condition de stress métallique, renforce l'absorption et la circulation des ions mobiles tels que K⁺, Na⁺ pour concurrencer la mobilité des ions toxiques, dans ce cas Cu²⁺/Cu⁺. Les physiologistes expliquent ce comportement comme un signe de détresse de la plante contre une menace stressante (Hopskin, 2003). Nous comprenons donc, pourquoi à 100 ppm, il y a 2,5 fois plus de potassium que dans le milieu témoin.

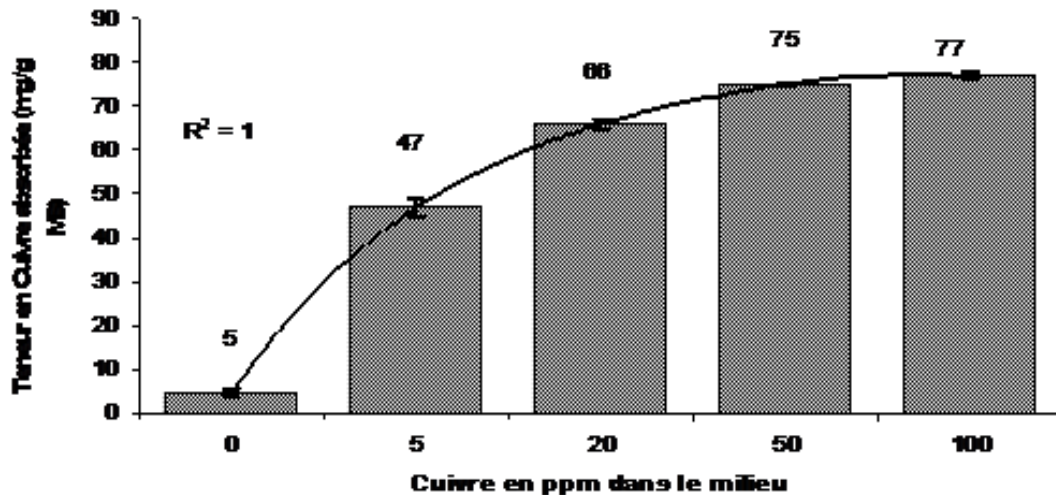


Figure 2 : Translocation du cuivre dans les fruits de gombo

Nous ne savons cependant pas expliquer la corrélation avec le cobalt, 3,7 fois plus de cobalt à 100 ppm par rapport au témoin ! Des études approfondies sur la corrélation et le rôle de ces deux oligoéléments éclaireraient ce comportement.

Il faudrait signaler que les espèces végétales comestibles qui n'ont aucun mécanisme de tolérance aux métaux lourds et qui sont cultivées sur des sols contenant de fortes quantités de cuivre constituent un grand danger pour les consommateurs. Dans ce cas, les fruits immatures de gombo récoltés sur les plantes qui ont évolué sur les sites artificiellement contaminés, comme c'est le cas de nombreux champs à proximité des carrières d'exploitation minière, riches en métaux lourds. De tels produits de culture, constituent des voies de contamination, ce sont donc des « vecteurs » des métaux lourds vers la chaîne trophique. Dans la chaîne trophique, les intermédiaires sont nombreux. Il peut s'agir d'une consommation directe des fruits immatures de gombo par l'homme ou d'une consommation indirecte des animaux qui se nourrissent des fruits, des feuilles, des pollens d'*Abelmoschus esculenta*. C'est le cas des oiseaux, des bétails et des chenilles.

Nos analyses ont été effectuées sur les fruits qui sont des organes de réserve. Les produits toxiques et les déchets métaboliques sont physiologiquement immobilisés dans les trichomes (poils, épines,...) dans les écorces, souvent appelés organes poubelles, dans les feuilles qui reçoivent directement la sève brute et beaucoup plus dans les racines qui sont des organes en contact avec le milieu. Les fruits et les graines, en général, n'ont que des faibles teneurs (cfr la moyenne de 4,8 mg/kg de MS du témoin). Cette quantité s'élève proportionnellement en fonction de la concentration dans le milieu. Nous pensons d'ailleurs que la récolte à l'état immature permet d'obtenir des fruits à faible teneur, d'autant plus que, l'état physiologique de la plante influence sa composition chimique. Les vieux organes sont toujours plus chargés que les jeunes (Hopskin, 2003).

Conclusion et suggestions

Notre travail a porté sur l'étude de l'absorption et la translocation du cuivre dans les fruits comestibles d'*Abelmoschus esculenta* (le gombo). Ces fruits récoltés immatures constituent un légume beaucoup plus apprécié par la population Lushoise, ce qui signifie d'ailleurs sa culture par la population paysanne Lushoise.

Les différentes cultures de ce légume sont effectuées souvent sur des sites contaminés aux métaux lourds, particulièrement au cuivre ou à proximité de ces sites. Il ressort de nos investigations que *A. esculenta* ne possède aucun mécanisme de tolérance au cuivre. Il n'y a ni la stratégie d'exclusion qui consiste à empêcher l'entrée de fortes teneurs en cuivre lors de l'absorption, ni la séquestration, qui consiste, après l'absorption des ions de cuivre, à les chélater par des ligands organiques afin d'anéantir les effets toxiques.

Les échantillons des plantes de gombo qui ont évolués sur cinq doses différentes de cuivre ont confirmé la phytotoxicité du cuivre déjà à partir de 20 mg.kg⁻¹ de cuivre dans le milieu. Les

symptômes de phytotoxicité qui ont été observé dans ce travail sont : la croissance foliaire, précisément le nombre de feuilles produites et la croissance caulinare.

Les fortes teneurs de cuivre analysées dans les fruits immatures prouvent que la consommation des fruits immatures de gombo récoltés sur les sols ayant une forte teneur en cuivre (5 à 100 mg.kg⁻¹ ou plus), constitue un danger sur la santé de la population.

Le gombo se comporte comme un « vecteur » ; qui assure la propagation et la contamination par les métaux lourds, notamment le cuivre, dans la chaîne trophique ; et les conséquences sur la santé humaine sont évidentes. Vu ce qui précède, nous suggérons donc :

- Aux politico-administratives de réfléchir ensemble avec les exploitants miniers sur « l'après exploitation », afin de réduire les risques des effets des métaux lourds sur la santé.

- Aux exploitants miniers de réduire les risques de propagation de ces métaux en les mobilisant sur un site bien délimité et en empêchant à la population environnante d'effectuer des cultures sur les sites contaminés ou à proximité de tels sites.

Nous pensons donc avoir contribué aux efforts de lutte contre la pollution et la contamination des nourritures et de toute la chaîne trophique. Il est souhaitable que des études similaires soient réalisées sur d'autres espèces comestibles cultivées sur des sites d'exploitation minière abandonnés ou à leurs proximités. Les plantes qui produisent des organes souterrains comestibles tels que le manioc, la carotte, les pommes de terre ou les patates douces seraient les meilleurs candidats, étant donné que les organes souterrains accumulent plus que les organes aériens.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1. Abbayes et Cie, 1963, Botanique-Anatomie : cycle évolutif- Systématique, Edition Masson.

2. Anonyme, 1974, Comité scientifique de la maison blanche en romande : la biosphère, environnement de l'homme
3. Baizet et Tercet, 2002, les éléments traces métalliques dans les sols approches fonctionnelles et spatiales, édition INRA, Bruxelles.
4. Bakajika et Cie, 2007, Guide touristique de Lubumbashi, édition du ciriade.
5. Bourrelier et Berthelin, 1998, Contamination des sols par les éléments traces : risques et leur gestion, édition TEC DOC, Paris.
6. Brawn et Linden, 2000, Plantes médicinales et aromatique, 1^{ère} édition.
7. Brooks R. et all, 1982, phyto géochimie des gisements cuprocobaltifères de l'anticlinal de Kasonta (Shaba-Zaire) . Géo-Eco-Trop6(3).
8. Delecour, 1981, Initiation a la pédagogie, faculté des sciences agronomiques Gembloux, Belgique.
9. Greger, M, 1999. Métal availability and bio concentration in plants. In: PRASSAD, M.N.V. HAGE MAYER, j (Eds) Heavy metal stress in plants: from molecules to ecosystems springer-verlag- Berlin.
10. Hopskin, 2003, Physiologies végétale, édition de Blocks, université, Bruxelles.
11. Immaculata V, 2005, copper in plants. BRAZ J PLANT PHYSOL.
12. Kabata-Pendias. A et Pendias H., 1992, trace éléments in soil and plants 2nd édition, CRC PRESS
13. Lounamaa, J., 1956, Trace elements in plants growing wild on different rocks in fin land.
14. Malaisse et Cie, 1980, cuivre et végétation du Shaba Zaïre

15. Mench, 1990, Mineral nutrition of higher plants. London
16. Reuter et Robinson, 1997; plant analysis: an interpretation. CSIRO publishing, australia.
17. Romain Raemack, 2001 : Agriculture en Afrique tropical
18. Syprea, 2000; Contamination des éléments traces et leurs utilisation en Agriculture, 1^{ère} éd. Institut Français de l'Environnement.

Absorption, translocation et accumulation du cuivre dans les parties comestibles de patates douces cultivées sur un site contaminé

Absorption, translocation and accumulation of copper in edible parts of sweet potatoes cultivated on a contaminated site

Par KAKENZA INABANA ⁽¹⁾ et CHIPENG KAYEMB ⁽²⁾

Résumé

Ipomea batatas est l'espèce qui a fait objet des tests d'absorption, de translocation et d'accumulation du cuivre dans les parties comestibles. Cinq terrains étaient utilisés en raison de cinq doses différentes de cuivre incorporé. Les résultats des analyses effectuées par spectrophotométrie à l'Université Libre de Bruxelles (ULB), indiquent que les feuilles et les tubercules qui constituent les parties comestibles pour les Congolais en général et des Lushois en particulier accumulent une très forte teneur en cuivre (en moyenne 21,4mg/kg pour les feuilles cultivées à 100mg.kg⁻¹ et 84,4mg.kg⁻¹ de cuivre ajouté en moyenne pour les tubercules cultivés à 100 mg.kg⁻¹ de cuivre ajouté).

Outre l'accumulation, cette forte teneur influence aussi la croissance foliaire et caulinaires de l'espèce.

Les tubercules possèdent une grande capacité d'absorption et d'accumulation que les feuilles; car ceux-ci accumulent 9,82 fois plus de cuivre que les feuilles lorsqu'ils sont cultivés à 100 mg.kg⁻¹ alors que les feuilles n'accumulent que 5,63 fois cette teneur dans les mêmes conditions.

(1) Assistant à l'Institut Supérieur Pédagogique de Lubumbashi

(2) Professeur Associé à l'Institut Supérieur Pédagogique de Lubumbashi

Ces résultats confirment que *I. batatas* est une espèce non tolérante au cuivre et ne possède ni un mécanisme de détoxification, qui réduirait les effets toxiques dans les tissus, ni celui d'exclusion qui empêcherait la pénétration du cuivre dans les tissus.

Synopsis

Ipomea batatas is a species sampled for the tests of absorption, translocation and accumulation of copper in edible parts. Five fields were used according to the five different doses of incorporated copper.

The results of the analyses done by the spectrophotometry at the "University Libre de Bruxelles" (ULB), prove that the leaves and potatoes that make up edible parts for Congolese in general and Lubumbashi inhabitants in particular accumulate a high quantity rate of copper coverage 21.4 mg/Kg for the leaves cultivated at 100 mg. Kg⁻¹.

Besides the accumulation, this high quantity also influences the leaf and stem growth of the species.

Potatoes have a great capacity of absorption and accumulation of leaves; as they accumulate 9.82 times more copper than the leaves when they are cultivated at 100mg.Kg⁻¹ while the leaves accumulate only 5.63 times this quantity under the same conditions.

These results confirm that *I. batatas* is species non-tolerant to copper and does not possess any mechanism of detoxication that would reduce toxic effects in the tissues, neither that of exclusion that would prevent the penetration of copper in tissues.

I. Introduction

La production des métaux par l'exploitation des minerais dans différentes carrières constitue un très grand moyen d'investissement et de développement d'un pays. Cependant, cette exploitation minière

particulièrement le cuivre a participé de manière directe ou indirecte à la contamination des beaucoup des sites de cultures avec la répercussion sur l'environnement et la santé des êtres vivants.

Le contraste entre la richesse minière du Katanga et la pauvreté de la population fait en sorte que cette dernière s'est réfugiée soit dans l'exploitation minière artisanale dans différentes carrières de la ceinture cuprifère du Katanga, soit dans l'agriculture artisanale souvent pratiquée sur des sites à proximité des carrières et qui ne font objet d'aucune analyse minérale préalable. Certaines de ces cultures concernent *Ipomea batatas*, la patate douce, l'une des espèces fournissant des légumes connus sous le nom swahili de matembele et des tubercules riches en glucide connu sous le nom swahili de Viazi ou anglais *King of food*. Son nom anglais est phonologiquement déformé en *tshingovu* du nom anglais *king of food*. C'est l'une des espèces les plus cultivées et les plus consommées dans la ville de Lubumbashi et ses environs (Banza, 2005).

Les patates douces ou ses feuilles consommées comme légumes provenant d'un site contaminé ne contiendraient-elles pas des teneurs en cuivre nuisible à la santé des consommateurs ? Est-ce l'espèce possède-t-elle de mécanismes de tolérance aux métaux lourds qui empêcheraient une absorption, une translocation ou une accumulation de cuivre dans les parties comestibles ? Telle est la question de recherche de cet article scientifique.

Des nombreux travaux ont montré la toxicité du cuivre dans les parties aériennes comestibles de certaines espèces notamment *Abelmoscus esculenta* (Bitota, 2008) et *Amaranthus viridis* (Ngoie,2008) et dans les parties souterraines comestibles cultivées à proximité des carrières, cas de *I. batatas* (Chipeng, 2013) mais aucun travail n'a été mené sur cette espèce pour étudier ses mécanismes de tolérance au cuivre lorsque la quantité de celui-ci est incorporée dans un sol normal une année avant la culture.

Cette étude poursuit trois objectifs principaux, à savoir, l'étude du comportement physiologique de tolérance de l'espèce par rapport aux fortes teneurs du cuivre incorporé dans le sol, en suite une étude comparative des teneurs de cuivre dans les feuilles et les tubercules comestibles afin d'évaluer les risques de contamination de la population consommatrice.

II. Matériel et Méthode

Matériel

Le matériel de terrain qui nous ont permis la réalisation de notre travail étaient constitué de la houe pour le labour, des ficelles, des piquets, du mètre ruban pour la subdivision du terrain, des boites de pétri, la balance électronique de précision 10^{-4} pour la pesée, du four pasteur pour le séchage et des sachets emballages pour le transport des échantillons. Les produits suivant ont été utilisés, à savoir le sulfate de cuivre cinq fois hydraté ($\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$) et les engrais chimiques (NPK et l'urée).

Les boutures des tiges de 30 cm de longueur d'*Ipomea batatas* ont été préparées et semés le 13 novembre 2009 sur parcelles de terrain expérimental dans l'enceinte de l'ISP-Lubumbashi. Ce terrain préalablement apprêté depuis plus d'une année à l'avance contenaient les différentes doses de cuivre incorporées: 0mg.kg^{-1} ; 5 mg.kg^{-1} ; 20 mg.kg^{-1} ; 50 mg.kg^{-1} et 100 mg.kg^{-1} .

Chaque parcelle a reçu 10 boutures en raison d'une bouture par poquet, ce qui a fait au total 50 boutures pour tous les traitements. Les tubercules et les feuilles qui constituent les parties comestibles de l'espèce ont été récoltés le 10 mars 2009, soit après 3 mois de culture.

Trois paramètres ont été observé à savoir la croissance foliaire, la croissance caulinare et l'analyse minérale du cuivre dans les feuilles et les tubercules comestibles.

Analyse minérale

L'analyse minérale se déroule en trois étapes suivantes :

- ☞ **La récolte** des échantillons des feuilles et des tubercules était effectuée le 10 mars 2009. Pour chaque parcelle de culture trois échantillons ont été récoltés, faisant au total 15 échantillons pour les feuilles et 15 autres pour les tubercules
- ☞ **La pesée** : les échantillons ainsi récoltés ont été lavés à l'eau distillée, et pesés afin de déterminer la masse fraîche ; ceux de patates douces épluchés, ensuite coupés en morceau de forme cubique;
- ☞ **Le séchage** s'est déroulé durant 72 heures au four Pasteur à 60°C. Après le séchage, les échantillons ont été repesés afin de déterminer la masse sèche (MS);

L'analyse minérale était effectuée au spectrophotomètre d'absorption atomique après une attaque à l'acide nitrique concentré ($\text{HNO}_3 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$) au laboratoire de physiologie et Génétique Moléculaire des plantes à l'ULB en Belgique.

III. Résultats

Les résultats relatifs à la croissance, l'absorption, la translocation, et l'accumulation du cuivre dans les parties comestibles sont représentés dans les tableaux ci-après:

Tableau I : Croissance foliaire et caulinaire aux différentes concentrations de cuivre

Traitements (mg.kg^{-1})	Nombre de feuilles produites	Longueur de la tige principale (cm)
0	112	93
5	115	48
20	86	26
50	66	23
100	33	19

Comme nous pouvons le constater, la production des feuilles et l'élongation de la tige sont inversement proportionnelles à la quantité de cuivre incorporée dans le milieu de culture. La croissance foliaire est réduite de moitié à 50 mg.kg^{-1} de cuivre incorporé dans le sol ; et à partir de 20 mg.kg^{-1} de cuivre ajouté, l'élongation de la tige est complètement stationnaire. La tige produit presque le même nombre des feuilles, la réduction devient sensible à 20 mg.kg^{-1} . Ce comportement confirme la toxicité extrême du cuivre au-delà de 5 mg.kg^{-1} sur la croissance.

Quant à l'analyse minérale des teneurs de cuivre absorbée et accumulée chez *Ipomea batatas* dans les cinq sols contaminés aux différents niveaux (Tableau II), nous observons que l'accumulation et la translocation sont proportionnelles aux quantités de cuivre dans le milieu. Un tel comportement est très caractéristique des espèces non tolérantes comme dans ce cas (Chipeng, 2009).

Tableau II : Analyse minérale des échantillons cultivés aux différentes teneurs de cuivre incorporée

Echantillons	Feuilles				Tubercules			
	MF	MS	Eau	Cu	MF	MS	Eau	Cu
	(g)	(g)	(%)	(mg.kg ⁻¹)	(g)	(g)	(%)	(mg.kg ⁻¹)
Echantillons cultivés à 0 mg.kg ⁻¹ de cuivre								
1	18,8	2,4	87	3,3	44,9	11,2	75	11,2
2	8,4	1,2	86	5,8	65,8	19,3	71	9,9
3	19,1	2,4	87	2,3	56,6	14,9	74	4,9
Moyenne	15,4	2	86,6	3,8	55,6	15,1	73,3	8,6
Echantillons cultivés à 5 mg.kg ⁻¹ de cuivre								
1	8,3	1,1	87	3,4	57,1	17,4	69	13,3
2	14,5	1,8	87	4,7	56,0	15,4	72	11,4
3	9,8	1,4	86	6,4	37,9	9,7	74	11,7
Moyenne	10,8	1,4	86,6	4,8	50,3	14,2	71,6	12,1
Echantillons cultivés à 20 mg.kg ⁻¹ de cuivre								
1	9,6	1,2	87	5,7	21,2	5,6	73	20,3
2	15,9	1,9	88	3,9	27,6	7,2	74	43,8
3	17,7	2	89	9,9	23,8	5,6	76	39,5
Moyenne	14,4	1,7	88	6,5	24,2	6,1	74,3	34,5
Echantillons cultivés à 50 mg.kg ⁻¹ de cuivre								
1	17,8	2,1	88	11,8	48,5	11,6	76	48,9
2	15,0	2,1	86	14,7	63,1	15,3	76	66,7
3	13,2	1,9	86	13,8	50,7	12,9	74	54,2
Moyenne	15,3	2	86,6	13,4	54,1	13,3	75,3	56,6
Echantillons cultivés à 100 mg.kg ⁻¹ de cuivre								
1	7,2	1,2	83	17,4	37,1	11,8	68	86,9
2	12,6	1,8	86	13,5	51,9	14,5	72	79,6
3	8,3	1,2	85	33,3	46,7	11,4	75	86,9
Moyenne	9,4	1,4	84,6	21,4	45,2	12,6	71,6	84,5

Légende:

MS: Matière fraîche

MS: Matière sèche

Remarquons que les parties souterraines (tubercules) possèdent un pouvoir d'absorption et d'accumulation plus élevé que les parties aériennes (feuilles).

Tableau III : Synthèse des analyses minérales des échantillons

Teneur mg.kg ⁻¹	Feuilles				Tubercules			
	MF (g)	MS (g)	Eau (%)	Cu mg.kg ⁻¹	MF (g)	MS (g)	Eau (%)	Cu mg.kg ⁻¹
0	15,4	2	86,6	3,8	55,7	15,1	73,3	8,6
5	10,8	1,4	86,6	4,8	50,3	14,2	71,6	12,1
20	14,4	1,7	88	6,5	24,2	6,1	74,3	34,5
50	15,3	2	86,6	13,4	54,1	13,3	75,3	56,6
100	9,4	1,4	84,6	21,4	45,2	12,6	71,6	84,5

Légende:

MS: Matière fraîche

MS: Matière sèche

Il ressort de ce tableau que l'accumulation du cuivre est proportionnelle aux teneurs du cuivre dans les milieux de culture.

III. Discussion

Notre milieu d'expérimentation a été préparé 12 mois avant la culture. Le cuivre artificiellement incorporé dans un sol demande du temps pour une stabilisation non seulement de la flore et de la faune pédologique mais aussi le cuivre lui-même est bien chélaté par des ligands organiques après un temps raisonnable, une année dans le cas qui nous concerne (Délecour, 1980).

Un tel terrain présente un avantage par rapport à l'objectif poursuivi, notamment celui de simuler les conditions d'un sol naturel. Beaucoup des sols utilisés en agriculture artisanale sont situés à proximité des carrières minières et parfois contiennent des fortes quantités en métaux lourds tel que l'a démontré Chipeng (2013) sur les patates douces récoltées dans le village Kasombo, cultivées dans un champ à proximité de la carrière portant le même nom. Certaines cultures artisanales sont pratiquées dans les anciennes carrières abandonnées où les teneurs en métaux lourds bien que faible industriellement pour une exploitation minière, mais largement supérieures aux valeurs admissibles par les plantes.

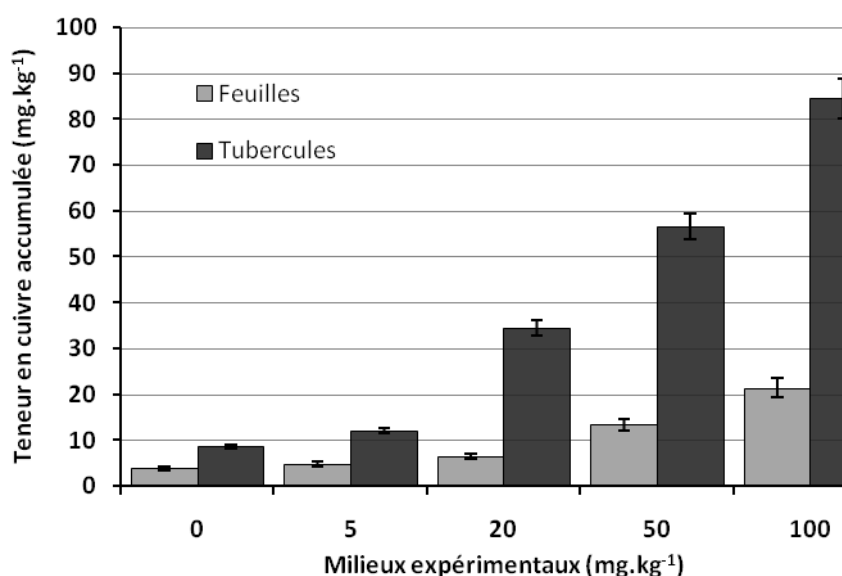


Figure 1 : Teneur en cuivre accumulée dans les parties aériennes et souterraines chez *Ipomea batatas*

En comparant les quantités de cuivre dans les deux organes étudiés, à savoir : les feuilles et les racines, nous pouvons observer que les racines possèdent un pouvoir d'absorption et d'accumulation plus élevé que les feuilles. Ce comportement est celui observé chez toutes les espèces accumulatrices et tolérantes aux métaux lourds :

Haumaniastrum katangense (Chipeng, 2009) ; *Arabidopsis thaliana* (Mench, 1990),... Ces derniers auteurs ont montré que les racines, en contact direct avec les métaux lourds, constituent une première barrière dans les mécanismes normaux de lutte contre l'entrée massive des éléments toxiques C'est donc un phénomène normal d'adaptation chez toutes les plantes, cependant chez les espèces non tolérante aux métaux lourds, les fortes quantités finissent par rejoindre les organes aériens. C'est le cas observé chez l'espèce étudiée où à 20 mg.kg⁻¹ de cuivre incorporé, les quantités de cuivre dans les feuilles passent presque au double (Fig. 1).

Afin de bien comparer le pouvoir d'absorption, considérons la culture du témoin évoluant dans un sol où le cuivre n'a pas été incorporé comme référence pour le calcul de rapport d'absorption. Chaque quantité de cuivre dans un milieu donné est divisée par celle du témoin considéré comme référence (Tableau IV).

Il a été observé qu'au-delà de 5 mg.kg⁻¹ de cuivre ajouté dans le sol, les feuilles ainsi que les tubercules de patates douces accumulent plus de 2 fois la quantité de cuivre des échantillons témoins. Ce comportement confirme non seulement le rôle oligo-dynamique du cuivre mais aussi l'extrême toxicité du cuivre. En effet, les plantes ont besoin du cuivre seulement entre 0 et 1 jusqu'à 2 mg.kg⁻¹, à partir de 10 à 30 mg Kg⁻¹ de matière sèche la toxicité se fait sensiblement sentir (Reuter et Robison, 1997).

En calculant le rapport entre la teneur du cuivre dans les organes cultivés dans la parcelle témoin par rapport aux teneurs dans les autres parcelles de 5, 20, 50 et 100 mg.kg⁻¹ de cuivre ajouté,(Tableau IV) nous pouvons constater que les parties souterraines (tubercules) possèdent un pouvoir d'absorption et d'accumulation plus élevé, à 100mg.kg⁻¹ de cuivre dans le sol, les tubercules accumulent 9,82 fois plus de cuivre que dans un sol normal non contaminé (0 mg.kg⁻¹).

Tableau IV : Le rapport d'absorption par rapport au témoin

Milieux (mg.kg ⁻¹)	Feuilles		Tubercules	
	Cuivre (mg.kg ⁻¹)	Rapport	Cuivre	Rapport
0	3,8	1,00	8,6	1,00
5	4,8	1,26	12,1	1,40
20	6,5	1,71	34,5	4,01
50	13,4	3,51	56,6	6,58
100	21,4	5,63	84,5	9,82

Observons que les tubercules transloquent 9.82 fois plus que le témoin et les feuilles 5.63 fois. Ce comportement physiologique montre que l'espèce *I. batatas* ne possède aucun mécanisme de restriction d'entrée du cuivre, et que plus la teneur du cuivre est élevée dans le milieu plus ce rapport augmente.

Nous pensons donc que ce comportement prouve que la culture de cette espèce dans un site contenant des teneurs élevées en métaux lourds constitue un danger pour la population consommatrice de ses produits. Le risque étant plus accentué chez les tubercules que chez les feuilles. Ces résultats confirment aussi le comportement de la majorité des végétaux, comportement selon lequel, les parties souterraines accumulent toujours plus des métaux que les parties aériennes (Hopkins, 2003).

Le cuivre, bien que oligo-élément indispensable dans le métabolisme des plantes, reste très toxique au-delà de 2 à 20 mg.kg⁻¹ dans les sols (Mench, 1990). Ceci explique la réduction de la croissance observée déjà dans certains cas à partir de 5mg.kg⁻¹ de cuivre dans le sol (Tableau I). La majorité d'espèces n'ayant pas un

mécanisme de tolérance capable, soit d'empêcher la pénétration du cuivre dans les tissus, soit de le détoxifier par l'action des ligands organiques, elle (la majorité d'espèces) garde des teneurs élevées dans leurs racines et généralement souffre d'un stress métallique.

Observons que la teneur de 5 mg.kg^{-1} de cuivre ajouté dans le sol réduit la croissance de moitié, et à partir de 20 mg.kg^{-1} l'élongation de la tige est complètement stationnaire. Le même comportement est observé aussi pour le nombre des feuilles, cependant entre 0 et 5 mg.kg^{-1} , la tige produit presque le même nombre des feuilles, la réduction devient sensible à 20 mg.kg^{-1} (Tableau I)

Ce comportement de la croissance confirme la toxicité extrême du cuivre sur la croissance. En effet, le stress métallique causé par le cuivre provoque une réduction de la croissance qui est le premier symptôme de la toxicité du cuivre (Hopkins, 2003).

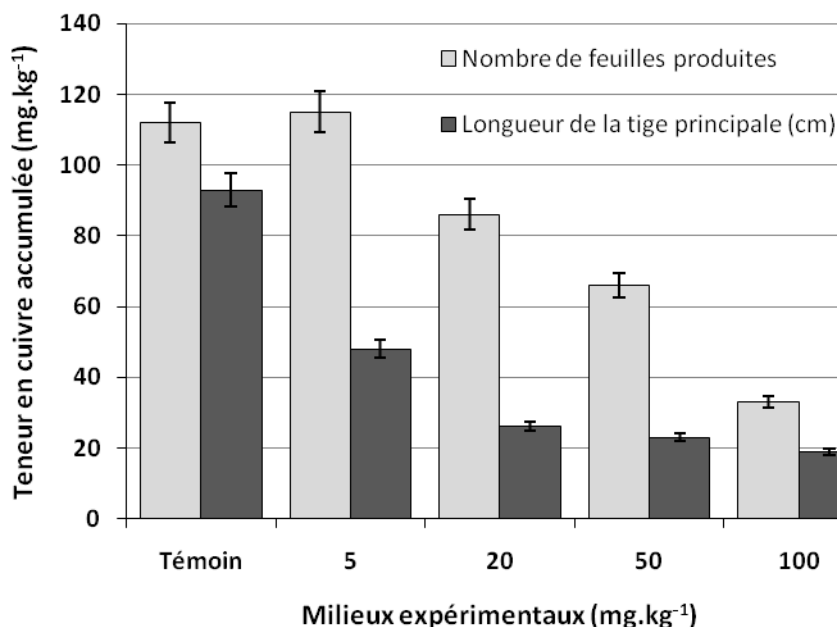


Figure 3: comportement de la croissance en fonction des teneurs de cuivre dans le milieu

Nous pensons que le rendement d'une culture des patates douces réalisée dans un champ contaminé au cuivre serait proportionnel au degré de contamination. Sur le plan économique, il serait préférable d'effectuer une analyse minérale des terrains de culture avant tout usage, ce qui réduirait les risques de réduction de la croissance et par conséquent d'un mauvais rendement.

Nous pensons donc que la culture de patates douces effectuées dans un champ contaminé aux métaux lourds en l'occurrence le cuivre, présente un réel danger sur la santé de la population qui sont les premiers consommateurs.

Il est donc évident que les mêmes effets soient observés sur les terrains de culture à proximité des sites d'exploitation minière. Ces terrains de cultures devraient faire objet des études préalables de niveau de contamination avant qu'ils soient utilisés comme terrains de culture. Duvigneaud, (1963) a montré que certains sols contaminés, à proximité des carrières d'exploitation minière au Katanga, contiennent plus de $10.000 \text{ mg.kg}^{-1}$ de cuivre !

Etant donné l'engouement observé ces dernières temps dans l'exploitation minière au Katanga, particulièrement à Lubumbashi, et l'absence d'une législation de la gestion de l'environnement minier, il est très fort probable que beaucoup des sols utilisés comme champs de culture constituent un danger permanent et réel pour la santé animale et humaine.

IV. Conclusion

Il ressort des investigations que *I. batatas* est une espèce non –tolérante au cuivre et ne possède ni un mécanisme de détoxification, qui réduirait les effets toxiques dans les tissus, ni celui d'exclusion qui empêcherait la pénétration du cuivre dans les tissus. Ce comportement de la non-tolérance permet à l'espèce d'absorber, de

tranloquer et d'accumuler des fortes teneurs de cuivre dans les parties comestibles aériennes et souterraines.

Les tubercules possèdent une grande capacité d'absorption et d'accumulation que les feuilles. En effet, il est démontré que les tubercules de patates douces, cultivé à 100 mg.kg^{-1} de cuivre dans le sol, accumulent 9,82 fois plus de cuivre que les feuilles qui n'accumulent, dans les mêmes conditions, que 5,63fois. Ce comportement est physiologiquement expliqué par le fait que la partie souterraine, en contact avec le sol riche en ce métal, empêche la translocation des métaux lourds dans les tissus.

Nous n'estimons que les parties souterraines comestibles telles que les patates douces, les pommes de terre, les ignames et les manioc, qui sont les plus cultivés et les plus consommés dans la ville de Lubumbashi, constituent un risque permanent et réel, et devraient attirer l'attention des autorités politico-administratives.

V. Bibliographie

1. Bitota, 2008 absorption, translocation et accumulation du cuivre dans les parties aériennes comestibles d'*Amaranthus viridis*
2. Chipeng F.K., Hermans C., Colinet G., Faucon M-P , Ngongo M., Meerts P., Verbruggen N. (2009) Copper tolerance in the cuprophyte *Haumaniastrum katangense* (S. Moore) P.A. Duvign. & Plancke. *Plant Soil* 328: 235-244, DOI 10.1007/s11104-009-0105-z
3. Chipeng Kayemb (2013) Evaluation des risques de contamination des aliments par les métaux lourds : cas des patates douces cultivées à proximité des carrières d'exploitation de cuivre à Lubumbashi et ses Environs, CRAP, N°40 décembre 2013 (31-52) pp
4. Delecour (1980) Manuel de description des sols, service de la science du sol, Faculté de sciences agronomiques de l'Etat 5800 Gembloux (Belgique) 123 pp.

5. Duvigneaud P, Denaeyer-De Smet S. (1963) Cuivre et végétation au Katanga. *Bull Soc Roy Bot Belg* 96:92–231
6. Hopkins, (2003) Physiologie végétale, *De Boeck université, Bruxelles*.
7. Mench M , Vangronsveld J , Clijsters H , Lepp N.W , and Edwards (1990) in situ Metal Immobilization and Phytostabilization of Contaminated Soils
8. Ngoie, (2008), absorption, translocation et accumulation du cuivre dans les parties aériennes comestibles d'*Abelmoschus esculenta*, TFC ISP-Lubumbashi, inédit
9. Reuter O.J. & Robinson J.B. (1997) plant analysis: an interpretation manuel. CSIRO publishing, *Australia*, 572 pp

ANALYSE REPRESENTATIVE DES QUELQUES VECTEURS ET OPERATEURS EN MECANIQUE QUANTIQUE PAR UNE MATRICE

Par **RUBUZ FAT Laloo** ⁽¹⁾

1. Introduction

Au début du XX^e siècle, la physique était marquée par des bouleversements profonds, qui aboutirent à l'introduction de la mécanique relativiste et de la mécanique quantique.

Cette dernière permet par exemple d'expliquer l'existence et les propriétés des atomes, la liaison chimique, la propagation d'un électron dans un cristal chose non comprise en mécanique classique. Remarquons que la physique classique apparait comme une approximation des nouvelles théories ; approximation valable pour la plus part des phénomènes à l'échelle courante. Du fait que les lois classiques cessent d'être valables pour les corps matériels animés de très grandes vitesses, comparable à celle de la lumière et elles sont aussi en défaut à l'échelle atomique ou subatomique.

La description de l'état d'une particule en mécanique classique présente une faiblesse, mais en mécanique quantique, cet état est entièrement déterminé par la donnée d'une fonction d'onde $\Psi(r, t)$ et l'ensemble de ces fonctions constitue un espace vectoriel. Les notions des vecteurs, opérateurs tels que : les vecteurs bras et kets, les opérateurs linéaires hermitiques, projecteurs, observables et algèbre des projecteurs sont souvent exploités sans être regroupés sous forme matricielle.

(1) Assistant à l'Institut Supérieur Pédagogique de Lubumbashi

Notre devoir est de tenter de représenter et essayer de regrouper tout ces éléments sous forme matricielle en vue de rendre encore plus aisés les calculs pour un problème en mécanique quantique tout en tenant compte de la relation de fermeture, la décomposition spectrale et de trouver (déterminer) la probabilité à partir des projecteurs appliqués à un vecteur $|\Psi\rangle$.

2. Espace des fonctions de carré sommable

Définition

L'état d'une particule est entièrement déterminé par la donnée d'une fonction d'onde $\psi(r, t)$ l'ensemble des fonctions d'onde constitue un espace vectoriel. L'espace des fonctions de carré sommable, donné du produit scalaire est un espace préhilbertien (espace de Hilbert)

$$|\Psi\rangle = \sum_n C_n |\Psi_n\rangle \quad (1)$$

$$\Rightarrow |\Psi\rangle = C_1 |\Psi_1\rangle + C_2 |\Psi_2\rangle + \dots$$

$\varphi_1 \in F$ et $\varphi_2 \in F$ Avec F une fonction de carré sommable sur la sphère, on peut munir cette espace vectorielle par un produit scalaire de ces deux fonctions telle que :

$$\langle \varphi_1 | \varphi_2 \rangle = \int \varphi^*(x) \varphi(x) dx \quad (2)$$

Une fonction est du carré sommable sur la sphère si aussi la norme de $F(\theta, \varphi)$ converge.

$$N^2 = \int_0^\pi \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} F(\theta, \varphi) \cdot F^*(\theta, \varphi) d\varphi$$

$$\text{Alors } F(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{15}{32\pi}} \sin^2 \theta e^{2i\varphi}$$

$$N^2 = \int_0^\pi \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} \sqrt{\frac{15}{32\pi}} \sin^2\theta e^{2i\varphi} \sqrt{\frac{15}{32}} \sin^2\theta e^{-2i\varphi} d\varphi$$

$$N^2 = \frac{15}{32\pi} \int_0^\pi \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} \sin^4\theta d\varphi = \frac{15}{16} \int_0^\pi \sin\theta (1 - \cos^2\theta)^2 d\varphi$$

$$N^2 = \frac{15}{16} \left[\int_0^\pi \sin\theta d\theta - 2 \int_0^\pi \sin\theta \cos^2\theta d\theta + \int_0^\pi \sin\theta \cos^4\theta d\theta \right]$$

$$\text{Posons } t = \cos\theta \Rightarrow \sin\theta d\theta = (-dt)$$

$$N^2 = \frac{15}{16} \left[(-\cos\theta)_0^\pi + 2 \int_0^\pi t^2 dt - \int_0^\pi t^4 dt \right]$$

$$N^2 = \frac{15}{16} \left[-(\cos\theta)_0^\pi + \frac{2}{3} (\cos^3\theta)_0^\pi - \frac{1}{5} (\cos^5\theta)_0^\pi \right]$$

$$N^2 = \frac{15}{16} \left[-(-1 - 1) + \frac{2}{3} (-1 - 1)^3 - \frac{1}{5} (-1 - 1)^5 \right]$$

$$N^2 = \frac{15}{16} \left(2 - \frac{4}{3} + \frac{2}{5} \right) \Rightarrow N^2 = \frac{15}{16} \left(\frac{30-20+6}{15} \right)$$

$$N^2 = \frac{15}{16} \cdot \frac{16}{15} \Rightarrow N = 1: \text{Converge}$$

$F(\theta, \varphi)$ est de carré sommable sur la sphère.

3. Représentation : notation de Dirac

Un élément quelconque ou vecteur de l'espace \mathcal{E} est appelé vecteur Bra ; noté par le symbole $\langle /$ par exemple le bra $X \langle X/$ désigne la fonctionnelle linéaire X et nous utiliserons dorénavant la notation $\langle X/\Psi \rangle$ pour désigner le nombre obtenu en faisant agir la fonctionnelle linéaire $\langle X/\mathcal{E}$ sur le Ket $|\Psi \rangle \in \mathcal{E}$.

A tout ket correspond un bra et réciproquement ; la correspondance étant anti-linéaire $\lambda|\Psi \rangle \rightarrow \lambda^* \langle \Psi/$ c'est à dire $\lambda|\varphi \rangle^* = \lambda^* \langle \varphi/$

Le produit scalaire du vecteur $|\Psi_2 \rangle$ par le vecteur $|\Psi_1 \rangle$ est noté $\langle \Psi_1/\Psi_2 \rangle$ et se nomme braket (mot anglo-saxon) qui se traduit en crochet

Le produit scalaire du vecteur $|\Psi_2\rangle$ par le vecteur $|\Psi_1\rangle$ est noté :

$$\langle \Psi_1 | \Psi_2 \rangle = \int \Psi_1^* \Psi(x) dx \quad (3)$$

Propriétés

- i. $\langle \Psi_1 | \Psi_2 \rangle = \langle \Psi_2 | \Psi_1 \rangle^*$ ou autrement
 $\langle \Psi_2 | \Psi_1 \rangle^* = \langle \Psi_1 | \Psi_2 \rangle$

Par définition :

$$|\Psi\rangle = \sum_n C_n |\Psi_n\rangle \text{ avec } n = 1, 2, 3, \dots$$

$$\langle \varphi | \Psi \rangle = C_1 \langle \varphi | \Psi_1 \rangle + C_2 \langle \varphi | \Psi_2 \rangle + C_3 \langle \varphi | \Psi_3 \rangle + \dots$$

$$\langle \varphi | \Psi \rangle^* = C_1^* \langle \varphi | \Psi_1 \rangle^* + C_2^* \langle \varphi | \Psi_2 \rangle^* + C_3^* \langle \varphi | \Psi_3 \rangle^* + \dots$$

$$\langle \Psi | \varphi \rangle = C_1^* \langle \Psi_1 | \varphi \rangle + C_2^* \langle \Psi_2 | \varphi \rangle + C_3^* \langle \Psi_3 | \varphi \rangle + \dots$$

C peut-être un imaginaire ou un réel ; Si C est un réel alors $C = C^*$

$$\langle \Psi | \varphi \rangle = C_1 \langle \Psi_1 | \varphi \rangle + C_2 \langle \Psi_2 | \varphi \rangle + C_3 \langle \Psi_3 | \varphi \rangle$$

La base orthonormée sera notée $\{|U_i\rangle\}$ base discrète

$$u_i(x) \in L^2 \quad i (1, 2, 3 \dots n)$$

$$\int u_i^*(x) u_j(x) dx = \delta_{ij} : \text{relation d'orthonormalisation}$$

$$\text{Ainsi } \langle U_i/U_j \rangle = \delta_{ij} \begin{cases} 1 \text{ si } i=j \\ 0 \text{ si } i \neq j \end{cases}$$

Avec δ_{ij} : Symbole de Kronecker

$|\Psi\rangle \in \mathcal{E}$, $|\Psi\rangle = \sum_i C_i |U_i\rangle$ La propriété du produit scalaire s'écrira :

$$\langle U_j | \Psi \rangle = \sum_i C_i \langle U_j | U_i \rangle = \sum_i C_i \delta_{ij}$$

Seul le terme $i=j$ va survivre :

$$\langle U_j | \Psi \rangle = C_j$$

Illustrons cela par un exemple :

$$\text{Soit } |\Psi\rangle = C_1 |U_1\rangle + C_2 |U_2\rangle + C_3 |U_3\rangle + C_4 |U_4\rangle$$

$$\langle U_3 | \Psi \rangle = C_1 \langle U_3 | U_1 \rangle + C_2 \langle U_3 | U_2 \rangle + C_3 \langle U_3 | U_3 \rangle + C_4 \langle U_3 | U_4 \rangle$$

$$\qquad \qquad \qquad 0 \qquad \qquad 0 \qquad \qquad 1 \qquad \qquad 0$$

$$\text{D'où } \langle U_3 | \Psi \rangle = C_3$$

Par définition :

$$|\Psi\rangle = \sum_i C_i |U_i\rangle$$

$$\langle \Psi | \Psi \rangle = \sum_i |C_i|^2 \langle U_i | U_i \rangle$$

$$\langle \Psi | \Psi \rangle = \sum_i |C_i|^2$$

4. Les projecteurs et la relation de fermeture

Considérons le vecteur $|\Psi\rangle = \sum_i C_i |U_i\rangle$ et le projecteur \hat{P}_i sur $|U_i\rangle$ est définie par :

$$\begin{aligned}\hat{P}_1 |\Psi\rangle &= C_1 |U_1\rangle \\ \hat{P}_2 |\Psi\rangle &= C_2 |U_2\rangle \\ \hat{P}_3 |\Psi\rangle &= C_3 |U_3\rangle\end{aligned}$$

La bonne manière de présenter le projecteur \hat{P}_i est la notation de Dirac telle que :

$$\begin{aligned}\hat{P}_i &= |U_i\rangle\langle U_i| \\ \hat{P}_i |\Psi\rangle &= |U_i\rangle\langle U_i|\Psi\rangle \\ \hat{P}_i |\Psi\rangle &= |U_i\rangle C_i \Rightarrow C_i = \langle U_i|\Psi\rangle\end{aligned}\quad (3)$$

Or par définition :

$$\begin{aligned}|\Psi\rangle &= \sum_i C_i |U_i\rangle \Rightarrow |\Psi\rangle = C_1 |U_1\rangle + C_2 |U_2\rangle + C_3 |U_3\rangle \\ |\Psi\rangle &= \hat{P}_1 |\Psi\rangle + \hat{P}_2 |\Psi\rangle + \hat{P}_3 |\Psi\rangle \\ \text{D'où } |\Psi\rangle &= \sum_i \hat{P}_i |\Psi\rangle\end{aligned}\quad (4)$$

Illustrons ce qui précède par un exemple :

Considérons :

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{5}} |U_1\rangle - \frac{2i}{\sqrt{5}} |U_2\rangle$$

Trouvons les projecteurs sur la fonction $|\Psi\rangle$

$$\begin{aligned}|\Psi\rangle &= \frac{1}{\sqrt{5}} |U_1\rangle - \frac{2i}{\sqrt{5}} |U_2\rangle \\ |\Psi\rangle &= \hat{P}_1 |\Psi\rangle + \hat{P}_2 |\Psi\rangle \\ \Rightarrow \hat{P}_1 |\Psi\rangle &= \frac{1}{\sqrt{5}} |U_1\rangle \\ \hat{P}_2 |\Psi\rangle &= -\frac{2i}{\sqrt{5}} |U_2\rangle\end{aligned}$$

Partant de la définition de projecteur sur la fonction d'onde, on peut déduire la relation de fermeture :

$$\begin{aligned}
|\Psi\rangle &= \hat{P}_1|\Psi\rangle + \hat{P}_2|\Psi\rangle + \hat{P}_3|\Psi\rangle \\
|\Psi\rangle &= (\hat{P}_1 + \hat{P}_2 + \hat{P}_3)|\Psi\rangle \\
(\hat{P}_1 + \hat{P}_2 + \hat{P}_3) &= 1 \quad (\hat{1} : \text{Opérateur identité}) \\
\sum_i \hat{P}_i &= 1 \quad \text{or} \quad \hat{P}_i = |U_i\rangle\langle U_i|
\end{aligned}$$

D'où $\sum |U_i\rangle\langle U_i| = 1$: la relation de fermeture en notation de Dirac (5)

5. La représentation d'un opérateur par une matrice

Partant de la relation de fermeture(5), il sera aisé de représenter un opérateur \hat{A} sous forme matricielle :

$$\begin{aligned}
1 &= \sum_i |U_i\rangle\langle U_i| \quad (5) \\
A|U_j\rangle &= \sum_i |U_i\rangle\langle U_i|\hat{A}|U_j\rangle \\
\hat{A}|U_j\rangle &= \sum_i U_i|U_i\rangle\langle U_i|\hat{A}|U_j\rangle \\
\hat{A}|U_j\rangle &= \sum_i U_i|U_i\rangle A_{ij} \quad \text{avec} \quad A_{ij} = \langle U_i|\hat{A}|U_j\rangle \\
A|U_i\rangle &= \sum_j A_{ij}|U_j\rangle
\end{aligned}$$

Avec A_{ij} les éléments de la matrice ou les composantes se trouvant sur les intersections des lignes et des colonnes (i : lignes ; j : colonne)

$$A|U_i\rangle = \sum_j A_{ij}|U_j\rangle$$

J est fixé ;

$$\begin{aligned}
\hat{A}|U_1\rangle &= A_{11}|U_1\rangle + A_{21}|U_2\rangle + A_{31}|U_3\rangle \\
\hat{A}|U_2\rangle &= A_{12}|U_1\rangle + A_{22}|U_2\rangle + A_{32}|U_3\rangle \\
\hat{A}|U_3\rangle &= A_{13}|U_1\rangle + A_{23}|U_2\rangle + A_{33}|U_3\rangle
\end{aligned}$$

	1	2	3
1	A_{11}	A_{12}	A_{13}

2	A_{21}	A_{22}	A_{23}	Ligne(i)
3	A_{31}	A_{32}	A_{33}	

colonne(j)

On peut aussi facilement trouver les éléments de la ligne :

$$\text{Soit } |\Psi\rangle = \hat{A}|\Psi\rangle$$

$$\langle U_i|\Psi\rangle = \langle U_i|\hat{A}|\Psi\rangle$$

Appelons b_i : les éléments de la ligne notés :

$$b_i = \langle U_i|\Psi\rangle \Rightarrow b_i = \langle U_i|\hat{A}|\Psi\rangle$$

$$\text{Si } |\Psi\rangle = \sum_j C_j |U_j\rangle$$

$$b_i = \langle U_i|\hat{A}|\Psi\rangle$$

$$b_i = \langle U_i|\hat{A}|\sum_j C_j |U_j\rangle$$

$$b_i = \sum_j C_j \langle U_i|\hat{A}|U_j\rangle$$

$$b_i = \sum_j C_j A_{ij} = \sum_j A_{ij} C_j \quad (6)$$

i: fixé

$$b_1 = A_{11} C_1 + A_{12} C_2 + A_{13} C_3$$

$$b_2 = A_{21} C_1 + A_{22} C_2 + A_{23} C_3$$

$$b_3 = A_{31} C_1 + A_{32} C_2 + A_{33} C_3$$

	1	2	3
1	A_{11}	A_{12}	A_{13}
2	A_{21}	A_{22}	A_{23}
3	A_{31}	A_{32}	A_{33}

Illustration

1) A partir de la relation $b_i = \langle U_i|\hat{A}|\Psi\rangle$

Prouver en utilisant la relation de fermeture que :

$$b_i = \sum_j A_{ij} C_j$$

$$b_i = \langle U_i|\hat{A}|\Psi\rangle = \langle U_i|\hat{A} \cdot \hat{1}|\Psi\rangle$$

D'après la relation (3) on a : $\hat{P} = |U_i\rangle\langle U_i|$
 et $\sum_i \hat{P}_i = \hat{1}$ (5)

D'où $\sum_i |U_i\rangle\langle U_i| = \hat{1} \Rightarrow \sum_j |U_j\rangle\langle U_j| = \hat{1}$
 $b_i = \sum_j \langle U_i|\hat{A}|U_j\rangle\langle U_i|\Psi\rangle$
 $b_i = \sum_j A_{ij}C_j$

2) Calculer le produit scalaire $\langle \Psi|\hat{A}|\Psi\rangle$ en utilisant la relation de fermeture pour prouver que :
 $\langle \Psi|\hat{A}|\Psi\rangle = \sum_i \sum_j C_i^* A_{ij} C_j$

Ainsi à partir de la définition du vecteur $|\Psi\rangle = \hat{A}|\Psi\rangle$ nous pouvons représenter les éléments sous forme matricielles :

$|\Psi\rangle = \hat{A}|\Psi\rangle$
 $\sum_i |U_i\rangle\langle U_i| = \hat{1}$
 $\sum_j |U_j\rangle\langle U_j| = \hat{1}$
 $\langle \Psi|\hat{A}|\Psi\rangle = \langle \Psi|\hat{1}\hat{A}\hat{1}|\Psi\rangle$
 $= \sum_i \sum_j \langle \Psi|U_i\rangle\langle U_i|\hat{A}|U_j\rangle\langle U_j|\Psi\rangle$
 Avec $C_i^* = \langle \Psi|U_i\rangle$ $A_{ij} = \langle U_i|\hat{A}|U_j\rangle$ $C_j = \langle U_j|\Psi\rangle$

A_{11}	A_{12}	A_{13}
A_{21}	A_{22}	A_{23}
A_{31}	A_{32}	A_{33}

C_1
C_2
C_3

 $=$

b_1
b_2
b_3

6. Théorie de la mesure

Postulat 1 :

Les résultats possibles de la mesure d'une grandeur physique sont les valeurs propres de l'opérateur correspondant :

$$A/\Psi \rangle = \lambda/\Psi \rangle \quad (7)$$

Postulat 2:

Si un système se trouve dans l'état $|\Psi\rangle$, la probabilité pour que le résultat d'une mesure de la grandeur A soit la valeur propre a_n est donnée par :

$$p_n = \langle \Psi | \hat{P}_n | \Psi \rangle$$

Avant toute chose, il faut d'abord normer la fonction ou les vecteurs et pour normer un vecteur, on doit trouver le produit scalaire sur le même vecteur.

Exemple : Soit le vecteur

$$|\Psi\rangle = C_1|U_1\rangle + C_2|U_2\rangle + C_3|U_3\rangle$$

$$\langle \Psi | = C_1^* \langle U_1 | + C_2^* \langle U_2 | + C_3^* \langle U_3 |$$

$$\langle \Psi | \Psi \rangle = C_1^* C_1 \langle U_1 | U_1 \rangle + C_2^* C_2 \langle U_2 | U_2 \rangle + C_3^* C_3 \langle U_3 | U_3 \rangle$$

$$\langle \Psi | \Psi \rangle = C_1^* C_1 + C_2^* C_2 + C_3^* C_3$$

$$\langle \Psi | \Psi \rangle = |C_1|^2 + |C_2|^2 + |C_3|^2$$

$$\text{Avec } |C_1|^2 = C_1^* C_1; |C_2|^2 = C_2^* C_2; |C_3|^2 = C_3^* C_3$$

Illustration

Exemple concret :

Trouver la norme du vecteur :

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}|U_1\rangle - \frac{i}{\sqrt{6}}|U_2\rangle + \frac{2}{\sqrt{6}}|U_3\rangle$$

$$\langle \Psi | \Psi \rangle = C_1^* C_1 + C_2^* C_2 + C_3^* C_3$$

$$= \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} + \left(\frac{i}{\sqrt{6}}\right) \left(\frac{-i}{\sqrt{6}}\right) + \frac{2}{\sqrt{6}} \cdot \frac{2}{\sqrt{6}}$$

$$\langle \Psi | \Psi \rangle = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{4}{6}$$

$$\langle \Psi | \Psi \rangle = 1$$

7. Recherche des valeurs et vecteurs propres

Supposons un opérateur \hat{A} qui est représenté par une matrice et dont les éléments de la matrice sont :

$$\hat{A} \quad / \Psi \rangle = \lambda / \Psi \rangle$$

A_{11}	A_{12}	A_{13}
A_{21}	A_{22}	A_{23}
A_{31}	A_{32}	A_{33}

d_1
d_2
d_3

 $=$

$A_{11}d_1 + A_{12}d_2 + A_{13}d_3$
$A_{21}d_1 + A_{22}d_2 + A_{23}d_3$
$A_{31}d_1 + A_{32}d_2 + A_{33}d_3$

Si Ψ est le vecteur propre de \hat{A} on a :

$$\hat{A} / \Psi \rangle = \lambda / \Psi \rangle \quad (7)$$

$$A_{11}d_1 + A_{12}d_2 + A_{13}d_3 = \lambda d_1 \Rightarrow (A_{11} - \lambda)d_1 + A_{12}d_2 + A_{13}d_3 = 0$$

$$A_{21}d_1 + A_{22}d_2 + A_{23}d_3 = \lambda d_2 \Rightarrow A_{21}d_1 + (A_{22} - \lambda)d_2 + A_{23}d_3 = 0$$

$$A_{31}d_1 + A_{32}d_2 + A_{33}d_3 = \lambda d_3 \Rightarrow A_{31}d_1 + A_{32}d_2 + (A_{33} - \lambda)d_3 = 0$$

De ce système homogène, il s'avère que le déterminant séculaire doit-être nul

Calculons le déterminant :

$$\begin{vmatrix} A_{11} - \lambda & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} - \lambda & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

Si le déterminant est $\neq 0$ donc il n'ya pas de solution ; il ya solution que lorsque le déterminant vaut zéro. Les valeurs propres sont les valeurs de λ qui annule le déterminant.

Ainsi, les valeurs propre permettent de déterminer les coordonnées (x_1, x_2, x_3) d'un vecteur propre par rapport à la base a_i .

$$\begin{vmatrix} A_{11} - \lambda & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} - \lambda & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} - \lambda \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

Illustration

Calculer les valeurs propres et les vecteurs propres de :

$$\hat{A}/U_1 \Rightarrow aU_1 >$$

$$\hat{A}/U_2 \Rightarrow a/U_3 >$$

$$\hat{A}/U_3 \Rightarrow a/U_2 >$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline A & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & a \\ \hline 0 & A & 0 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline a & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & A \\ \hline 0 & a & 0 \\ \hline \end{array} = a \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

Déterminons les valeurs propres :

$$\begin{vmatrix} a - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda & a \\ 0 & a & -\lambda \end{vmatrix} = 0$$

$(a - \lambda)(\lambda^2 - a^2) = 0$ dont les valeurs propres sont les suivantes :

$$\begin{cases} a - \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = a \\ \lambda^2 - a^2 = 0 \Rightarrow \lambda^2 = a^2 \Rightarrow \lambda = \pm a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = a \\ \lambda = \pm a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = \lambda_2 = a \\ \lambda_3 = -a \end{cases}$$

Les vecteurs propres associés aux valeurs propres

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline a - \lambda & 0 & 0 \\ \hline 0 & -\lambda & a \\ \hline 0 & a & -\lambda \\ \hline \end{array}
 \begin{array}{|c|} \hline x_1 \\ \hline x_2 \\ \hline x_3 \\ \hline \end{array}
 =
 \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (a - \lambda)x_1 = 0 \\ -\lambda x_2 + ax_3 = 0 \\ ax_2 - \lambda x_3 = 0 \end{cases}$$

On vient de constater que $\lambda_1 = \lambda_2 = a$; on conclut qu'à cette valeur, le vecteur dégénère et cela nous permettra à déterminer deux vecteurs propres par définition

$$|\varphi_n^\zeta\rangle = \sum_n C_n / U_n^\zeta \rangle \quad (8)$$

a. Pour $\lambda = a$

On a la première possibilité du vecteur propre :

$$\begin{cases} (a - \lambda)x_1 = 0 \Rightarrow 0x_1 = 0 \\ -\lambda x_2 + ax_3 = 0 \Rightarrow -ax_2 + ax_3 = 0 \Rightarrow x_2 = x_3 \\ ax_2 - \lambda x_3 = 0 \Rightarrow ax_2 - ax_3 = 0 \Rightarrow x_2 = x_3 \end{cases}$$

1^e possibilité (1, 0,0)

2^e possibilité (0, 1,1)

$$|\varphi_n^\zeta\rangle = \sum_n C_n / U_n^\zeta \rangle \quad \varphi$$

$$\Rightarrow (1,0,0): |\varphi_1^1\rangle = C_1 / U_1 \rangle + C_2 / U_2 \rangle + C_3 / U_3 \rangle$$

$$|\varphi_1^1\rangle = |U_1\rangle$$

$$(0,1,1): |\varphi_1^2\rangle = C_1 / U_1 \rangle + C_2 / U_2 \rangle + C_3 / U_3 \rangle$$

$$|\varphi_1^2\rangle = |U_2\rangle + |U_3\rangle$$

On doit normer le vecteur :

$$|\varphi_1^1\rangle / |U_1\rangle \Rightarrow \langle \varphi_1^1 / \varphi_1^1 \rangle = 1$$

$$|\varphi_1^1\rangle = |U_1\rangle$$

$$|\varphi_1^2\rangle = |U_2\rangle + |U_3\rangle \Rightarrow \langle \varphi_1^2 | \varphi_1^2 \rangle = 2$$

$$N^2 = \langle \varphi_1^2 | \varphi_1^2 \rangle = 2 \Rightarrow N = \sqrt{2}$$

$$|\varphi_1^2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |U_2\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |U_3\rangle$$

b. Pour $\lambda = -a$

$$\begin{cases} (a - \lambda)x_1 = 0 \\ -\lambda x_2 + ax_3 = 0 \\ ax_2 - \lambda x_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2ax_1 = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \\ ax_2 + ax_3 = 0 \\ x_2 = -x_3 \end{cases}$$

$$(x_1, x_2, x_3) = (0, 1, -1)$$

$$|\varphi^2\rangle = |U_2\rangle - |U_3\rangle \Rightarrow \langle \varphi^2 | \varphi^2 \rangle = 2 \Rightarrow N^2 = 2 \Leftrightarrow N = \sqrt{2}$$

$$|\varphi^2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |U_2\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |U_3\rangle$$

Après avoir déterminé ces vecteurs propres il faudra déterminer la probabilité sur chaque vecteur propre.

Par définition :

$$\text{La probabilité } \wp = \langle \Psi | \hat{P}_n | \Psi \rangle \quad (9)$$

$$\text{Or } \hat{P}_n = |U_n\rangle \langle U_n| \text{ ou } \hat{P}_i = |U_i\rangle \langle U_i| \quad (3)$$

$$\hat{P}_1 = |\varphi_1^1\rangle \langle \varphi_1^1| + |\varphi_1^2\rangle \langle \varphi_1^2|$$

$$\hat{P}_2 = |\varphi^2\rangle \langle \varphi^2|$$

$$\wp_1 = \langle \Psi | \hat{P}_1 | \Psi \rangle$$

$$\hat{P}_1 = |\varphi_1^1\rangle \langle \varphi_1^1| + |\varphi_1^2\rangle \langle \varphi_1^2|$$

$$\hat{P}_1 | \Psi \rangle = (|\varphi_1^1\rangle \langle \varphi_1^1| + |\varphi_1^2\rangle \langle \varphi_1^2|) | \Psi \rangle$$

$$\langle \Psi | \hat{P}_1 | \Psi \rangle = \langle \Psi | \varphi_1^1\rangle \langle \varphi_1^1 | \Psi \rangle + \langle \Psi | \varphi_1^2\rangle \langle \varphi_1^2 | \Psi \rangle$$

$$\wp_1 = \langle \varphi_1^1 | \Psi \rangle^* \langle \varphi_1^2 | \Psi \rangle^* \langle \varphi_1^2 | \Psi \rangle$$

$$D'o\grave{u} \wp_1 = \langle \Psi / \hat{P}_n / \Psi \rangle = \langle \varphi_1^1 / \Psi \rangle^2 + \langle \varphi_1^2 / \Psi \rangle^2$$

(10)

$$\wp_2 = \langle \Psi / \hat{P}_2 / \Psi \rangle$$

$$\wp_2 = \langle \varphi^2 \rangle \langle \varphi^2 \rangle$$

$$\langle \Psi / \hat{P}_2 / \Psi \rangle = \langle \Psi / \varphi^2 \rangle \langle \varphi_1^2 / \Psi \rangle$$

$$\wp_2 = \langle \Psi / \hat{P}_2 / \Psi \rangle = \langle \varphi^2 / \Psi \rangle^* \langle \varphi_1^2 / \Psi \rangle$$

$$\wp_2 = \langle \Psi / \hat{P}_2 / \Psi \rangle + \langle \varphi^2 / \Psi \rangle^2 \quad (11)$$

8. Décomposition spectrale d'un opérateur

La somme des opérateurs projeté \hat{P}_n nous donnera l'opérateur identité ; par ailleurs :

$$/ \Psi \rangle = \sum_i \hat{P}_n / \Psi \rangle$$

$$/ \Psi \rangle = \hat{P}_1 / \Psi \rangle + P_2 / \Psi \rangle + P_3 / \Psi \rangle$$

$$/ \Psi \rangle = (\hat{P}_1 + \hat{P}_2 + \hat{P}_3) \Psi \rangle$$

$$\hat{P} = \hat{P}_1 + \hat{P}_2 + \hat{P}_3$$

$$\hat{A} / \Psi \rangle = \hat{A} \hat{1} / \Psi \rangle$$

$$\hat{A} / \Psi \rangle = A \sum_n \hat{P}_n / \Psi \rangle$$

$$= \sum \hat{A} \hat{P}_n / \Psi \rangle$$

$$\hat{A} / \Psi \rangle = \hat{A} [(P_1 / \Psi \rangle + P_2 / \Psi \rangle)]$$

$$\frac{\hat{A}_1 P_1}{a} / \Psi \rangle + \frac{\hat{A}_2 P_2}{a} / \Psi \rangle$$

Or par définition $\hat{A} / \Psi \rangle = a / \Psi \rangle$

$$\hat{A} / \Psi \rangle = P_1 \hat{A} / \Psi \rangle + P_2 \hat{A} / \Psi \rangle$$

$$= p_1 a_1 / \Psi \rangle + p_2 a_2 / \Psi \rangle$$

$$A / \Psi \rangle = (P_1 a_1 + P_2 a_2) / \Psi \rangle$$

$$= P_1 a_1 / \Psi \rangle + P_2 a_2 / \Psi \rangle$$

$$\hat{A}|\Psi\rangle = (P_1 a_1 + P_2 a_2)|\Psi\rangle$$

$$\hat{A} = \sum_{n=1} P_n a_n \quad (12)$$

Illustration

Illustrons ce qui précède par un exemple concret :

1. Construire les matrices de projecteurs sur les espaces propres de A
2. Vérifier la relation de fermeture et le théorème de la décomposition spectrale.
3. Pour $|\Psi\rangle = \frac{|U_1\rangle + 2|U_2\rangle}{3} = \frac{1}{3}|U_1\rangle + \frac{2}{3}|U_2\rangle + \frac{2}{3}|U_3\rangle$

Calculer les vecteurs d'états projetés sur les espaces propres de \hat{A} .

En déduire les probabilités de trouver les différentes valeurs propres comme résultats d'une mesure de A.

Solution

a) La matrice de \hat{A} étant représentée par :

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \hat{A} = a \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

Or nous savons que :

$$|\varphi_1^1\rangle = |U_1\rangle$$

$$|\varphi_1^2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|U_2\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|U_3\rangle$$

$$\text{Et } |\varphi^2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|U_2\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|U_3\rangle$$

$$\text{Avec } \hat{P}_1 = |\varphi_1^1\rangle\langle\varphi_1^1| + |\varphi_1^2\rangle\langle\varphi_1^2| \text{ et } \hat{P}_2 = |\varphi^2\rangle\langle\varphi^2|$$

$$1^\circ) \hat{P}_1|U_1\rangle = |\varphi_1^1\rangle\langle\varphi_1^1|U_1\rangle + |\varphi_1^2\rangle\langle\varphi_1^2|U_1\rangle$$

$$\begin{aligned}
& = / \varphi_1^1 \rangle \langle U_1 / \varphi_1^1 \rangle^* + / \varphi_1^2 \rangle \langle \varphi_1^2 / U_1 \rangle \\
& = / \varphi_1^1 \rangle \langle U_1 / \varphi_1^1 \rangle^* + / \varphi_1^2 \rangle \langle U_1 / \varphi_1^2 \rangle^* \\
& \langle U_1 / \varphi_1^1 \rangle = 1
\end{aligned}$$

$$\langle U_1 / \varphi_1^2 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \langle U_1 / U_2 \rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} \langle U_1 / U_3 \rangle = 0$$

Avec $\langle U_1 / U_2 \rangle = 0$ et $\langle U_1 / U_3 \rangle = 0$

$$\hat{P}_1 / U_1 \rangle = / \varphi_1^1 \rangle \Rightarrow P_1 / U_1 \rangle = / U_1 \rangle$$

$$\hat{P}_1 / U_2 \rangle = / \varphi_1^1 \rangle \langle \varphi_1^1 / U_2 \rangle + / \varphi_1^2 \rangle \langle \varphi_1^2 / U_2 \rangle$$

$$\hat{P}_1 / U_2 \rangle = / \varphi_1^1 \rangle \langle U_2 / \varphi_1^1 \rangle^* + / \varphi_1^2 \rangle \langle U_2 / \varphi_1^2 \rangle^*$$

$$\hat{P}_1 / U_2 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \langle \varphi_1^2 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} / U_2 \rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} / U_3 \rangle \right)$$

$$\hat{P}_1 / U_2 \rangle = \frac{1}{2} / U_2 \rangle + \frac{1}{2} / U_3 \rangle \quad (1^*)$$

$$\hat{P}_1 / U_3 \rangle = / \varphi_1^1 \rangle \langle \varphi_1^1 / U_3 \rangle + / \varphi_1^2 \rangle \langle \varphi_1^2 / U_3 \rangle$$

$$= / \varphi_1^1 \rangle \langle U_3 / \varphi_1^1 \rangle^* + / \varphi_1^2 \rangle \langle U_3 / \varphi_1^2 \rangle^*$$

$$\hat{P}_1 / U_3 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} / \varphi_1^2 \rangle = \frac{1}{2} / U_2 \rangle + \frac{1}{2} / U_3 \rangle \quad (* 2)$$

La matrice de \hat{P}_1 est :

$$P_1 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & \frac{1}{2} & \frac{-1}{2} \\ \hline 0 & \frac{-1}{2} & \frac{1}{2} \\ \hline \end{array}$$

La matrice de \hat{P}_2

$$\hat{P}_2 = / \varphi^2 \rangle \langle \varphi^2 /$$

$$\hat{P}_2 / U_1 \rangle = / \varphi^2 \rangle \langle \varphi^2 / U_1 \rangle = 0 \quad (* 3)$$

$$\hat{P}_2/U_2 \rangle = / \varphi^2 \rangle = \langle \varphi^2 / U_3 \rangle = -\frac{1}{\sqrt{2}} / \varphi^2 \rangle$$

$$\hat{P}_2/U_3 \rangle = -\frac{1}{2} / U_2 \rangle + \frac{1}{2} / U_3 \rangle$$

$$P_2 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & \frac{1}{2} & \frac{-1}{2} \\ \hline 0 & \frac{-1}{2} & \frac{1}{2} \\ \hline \end{array}$$

La relation de fermeture $\sum_n \hat{P}_n = \hat{1}$

$$\sum_n \hat{P}_n = \hat{P}_1 + \hat{P}_2 = \hat{1}$$

$$\hat{P}_1 + \hat{P}_2 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \hline 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1/2 & -1/2 \\ \hline 0 & -1/2 & 1/2 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$$

b) Le théorème de la décomposition spectrale

$$\hat{A} = a_1 P_1 + a_2 P_2 ; a_1 = a, a_2 = -a$$

$$\hat{A} = a \hat{P}_1 - a \hat{P}_2$$

$$\hat{A} = a(\hat{P}_1 - \hat{P}_2) = a \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Représente la matrice initiale \hat{A}

9. Quelques Applications

I. Considérons la matrice

1	0	0
0	0	1
0	1	0

Les valeurs propres de cette matrice étant :

$$\lambda_1 = 1; \lambda_2 = -1 \text{ et } \lambda_3 = 1$$

Essayons de perturber l'ordre des éléments de cette matrice et déterminons les valeurs propres

$$\text{a) } \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

On a le déterminant:

$$\begin{vmatrix} -\lambda & 1 & 0 \\ 1 & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda \end{vmatrix}$$

Ce déterminant conduit à :

$$(1 + \lambda)(\lambda - 1)(\lambda + 1) = 0$$

$$\begin{cases} \lambda + 1 = 0 \\ \lambda - 1 = 0 \\ \lambda + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = -1 \\ \lambda = +1 \\ \lambda = -1 \end{cases}$$

Nous remarquons qu'en ayant inversé les lignes de la matrice de départ, nous retrouvons les mêmes valeurs propres que la première matrice.

b) Prenons un cas où la diagonale est 1

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Cherchons les valeurs propres ;

Dans ce cas on a :

$$\begin{vmatrix} 1 - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \lambda & 1 \\ 0 & 0 & 1 - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

Ce déterminant conduit à :

$$(1 - \lambda)(1 - \lambda)^2 = 0 \text{ La solution de cette}$$

équation produit donne :

$$(1 - \lambda)(1 - 2\lambda + \lambda^2) = 0$$

$$\begin{cases} 1 - \lambda = 0 \\ 1 - 2\lambda + \lambda^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = +1 \\ \lambda^2 - 2\lambda + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_2 = 1 \\ \lambda_3 = 1 \end{cases}$$

Bref en modifiant et en permutant les différentes lignes, on a les mêmes valeurs propres en valeur absolue.

II. Considérons la matrice

$$\begin{bmatrix} -3 & 4 & -1 \\ -2 & 0 & 2 \\ 3 & -12 & 9 \end{bmatrix}$$

Déterminons les valeurs propres :

$$\begin{vmatrix} -3-\lambda & 4 & -1 \\ -2 & -\lambda & 2 \\ 3 & -12 & 9-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

Le développement de ce déterminant conduit à :

$$-\lambda^3 + 6\lambda^2 - 8\lambda = 0$$

$$\lambda^3 - 6\lambda^2 + 8\lambda = 0$$

$$\lambda(\lambda^2 - 6\lambda + 8) = 0$$

$$\begin{cases} \lambda = 0 \\ \lambda^2 - 6\lambda + 8 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 0 \\ \lambda_2 = 4 \\ \lambda_3 = 2 \end{cases}$$

Les vecteurs propres associés aux valeurs propres :

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 3-\lambda & 4 & -1 \\ \hline -2 & -\lambda & 2 \\ \hline 3 & -12 & 9-\lambda \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline x_1 \\ \hline x_2 \\ \hline x_2 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array}$$

Pour $\lambda = 0$, On a :

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 3 & 4 & -1 \\ \hline -2 & -\lambda & 2 \\ \hline 3 & -12 & 9 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline x_1 \\ \hline x_2 \\ \hline x_2 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{cases} -3x_1 + 4x_2 - x_3 = 0 \\ -2x_1 + 2x_3 = 0 \\ -3x_1 - 12x_2 + 9x_3 = 0 \end{cases}$$

La résolution de ce système conduit à :

$$x_1 = x_2 = x_3 \quad (1,1,1)$$

$$|\varphi^\zeta\rangle = \sum C_n |U_n^\zeta\rangle$$

$$|\varphi_1^1\rangle = C_1 |U_1\rangle + C_2 |U_2\rangle + C_3 |U_3\rangle$$

$$= |U_1\rangle + |U_2\rangle + |U_3\rangle$$

$$N^2 = \langle \varphi_1^1 | \varphi_1^1 \rangle = \langle U_1 | U_1 \rangle + \langle U_2 | U_2 \rangle + \langle U_3 | U_3 \rangle$$

$$N^2 = 1 + 1 + 1 \Rightarrow N^2 = 3 \Rightarrow N = \sqrt{3}$$

$$|\varphi_1^1\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} |U_1\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} |U_2\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} |U_3\rangle$$

$$\hat{P}_1 = \langle \varphi_1^1 | \langle \varphi_1^1 |$$

$$1) \hat{P}_1 |U_1\rangle = |\varphi_1^1\rangle \langle \varphi_1^1 | U_1 \rangle = |\varphi_1^1\rangle \langle U_1 | \langle \varphi_1^1 |^*$$

$$\langle U_1 | \varphi_1^1 \rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \langle U_1 | U_1 \rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} \langle U_1 | U_2 \rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} \langle$$

$$U_1 | U_3 \rangle$$

$$\langle U_1 | \varphi_1^1 \rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \langle U_1 | \varphi_1^1 \rangle^* = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\hat{P}_1 |U_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} |\varphi_1^1\rangle \Rightarrow P_1 |U_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} |U_1\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} |U_2\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} |U_3\rangle \right)$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{3}} |U_3\rangle$$

$$P_1 |U_1\rangle = \frac{1}{3} |U_1\rangle + \frac{1}{3} |U_2\rangle + \frac{1}{3} |U_3\rangle$$

$$2) \hat{P}_1 |U_2\rangle = \langle \varphi_1^1 | \langle \varphi_1^1 | U_2 \rangle = \langle U_2 | \varphi_1^1 \rangle^* | \varphi_1^1 \rangle$$

$$\langle U_2 | \varphi_1^1 \rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \langle U_2 | U_1 \rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} \langle U_2 | U_2 \rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} \langle$$

$$U_2 | U_3 \rangle$$

$$\langle U_2 | \varphi_1^1 \rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\hat{P}_1/U_2 > \frac{1}{\sqrt{3}}/\varphi_1^1 >$$

$$\hat{P}_1/U_2 > = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{1}{\sqrt{3}}/U_1 > + \frac{1}{\sqrt{3}}/U_2 > + \frac{1}{\sqrt{3}}/U_3 > \right)$$

$$\hat{P}_1/U_2 > = \frac{1}{3}/U_1 > + \frac{1}{3}/U_2 > + \frac{1}{3}/U_3 >$$

Par ailleurs dans la relation de $\varphi_{11}^1 >$ les kets $/U_2 >$ et $/U_3 >$ ont la même composante $1/3$ ainsi le projecteur $\hat{P}_1/U_1 >$ sera identique à $\hat{P}_1/U_2 >$

Les vecteurs propres associés à $\lambda_2 = 2$

$3 - \lambda$	4	-1
-2	$-\lambda$	2
3	-12	$9 - \lambda$

x_1
x_2
x_2

 $=$

0
0
0

-5	4	-1
-2	-2	2
3	-12	-7

x_1
x_2
x_2

 $=$

0
0
0

$$\begin{cases} -5x_1 + 4x_2 - x_3 = 0 & (1) \\ -2x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 0 & (2) \\ 3x_1 - 12x_2 + 7x_3 = 0 & (3) \end{cases}$$

Ce système conduit à :

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{3}x_3 \\ x_2 = \frac{2}{3}x_3 \\ x_3 = 1 \end{cases}$$

$$\hat{P}_2 = \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1 \right)$$

$$/\varphi_1^2 > = \frac{1}{3}/U_1 > + \frac{2}{3}/U_2 > + /U_3 >$$

$$N^2 = \langle \varphi_1^2 / \varphi_1^2 \rangle = \frac{1}{9} + \frac{4}{9} + 1 \Rightarrow N^2 = \frac{5+9}{9} = \frac{14}{9}$$

$$N = \frac{\sqrt{14}}{3}$$

$$/ \varphi_1^2 \rangle = \frac{1}{\sqrt{14}} / U_1 \rangle + \frac{2}{\sqrt{14}} / U_2 \rangle + \frac{3}{\sqrt{14}} / U_3 \rangle$$

$$\hat{P}_2 = / \varphi_1^2 \rangle \langle \varphi_1^2 /$$

$$\hat{P}_2 / U_1 \rangle = / \varphi_1^2 \rangle \langle \varphi_1^2 / U_1 \rangle = \langle \varphi_1^2 \rangle \langle U_1 / \langle \varphi_1^2 \rangle^*$$

$$/ U_1 / \varphi_1^2 \rangle = \frac{1}{\sqrt{14}} \langle U_1 / U_1 \rangle + \frac{2}{\sqrt{14}} \langle U_1 / U_2 \rangle + \frac{3}{\sqrt{14}} \langle U_1 / U_3 \rangle$$

$$\langle U_1 / \varphi_1^2 \rangle = \frac{1}{\sqrt{14}} \langle U_1 / U_1 \rangle + \frac{2}{\sqrt{14}} \langle U_1 / U_2 \rangle + \frac{3}{\sqrt{14}} \langle U_1 / U_3 \rangle$$

$$\langle U_1 / \varphi_1^2 \rangle = \frac{1}{\sqrt{14}} \text{ car } \langle U_1 / U_2 \rangle = 0 \text{ et } \langle U_1 / U_3 \rangle = 0$$

$$\hat{P}_2 / U_1 \rangle = \frac{1}{\sqrt{14}} / \varphi_1^2 \rangle = \frac{1}{\sqrt{14}} \left(\frac{1}{\sqrt{14}} / U_1 \rangle + \frac{2}{\sqrt{14}} / U_2 \rangle + \frac{3}{\sqrt{14}} / U_3 \rangle \right)$$

$$\hat{P}_2 / U_1 \rangle = \frac{1}{14} / U_1 \rangle + \frac{2}{14} / U_2 \rangle + \frac{3}{14} / U_3 \rangle$$

$$\hat{P}_2 / U_2 \rangle = / \varphi_1^2 \rangle \langle \varphi_1^2 / U_2 \rangle = / \varphi_1^2 \rangle \langle U_2 / \langle \varphi_1^2 \rangle^*$$

$$\langle U_1 / \varphi_1^2 \rangle = \frac{1}{\sqrt{14}} \langle U_2 / U_1 \rangle + \frac{2}{\sqrt{14}} \langle U_2 / U_2 \rangle + \frac{3}{\sqrt{14}} \langle U_2 / U_3 \rangle$$

$$\langle U_2 / \varphi_1^2 \rangle = \frac{2}{\sqrt{14}}$$

$$\hat{P}_2 / U_2 \rangle = \frac{2}{\sqrt{14}} / \varphi_1^2 \rangle = \frac{2}{\sqrt{14}} \left(\frac{1}{\sqrt{14}} / U_1 \rangle + \frac{2}{\sqrt{14}} / U_2 \rangle + \frac{3}{\sqrt{14}} / U_3 \rangle \right)$$

$$\hat{P}_2 / U_1 \rangle = \frac{2}{\sqrt{14}} / U_1 \rangle + \frac{4}{\sqrt{14}} / U_2 \rangle + \frac{6}{\sqrt{14}} / U_3 \rangle$$

$$\hat{P}_2 / U_3 \rangle = / \varphi_1^2 \rangle \langle \varphi_1^2 / U_3 \rangle = / \varphi_1^2 \rangle \langle \varphi_1^2 / U_3 \rangle^*$$

$$\langle \varphi_1^2 / U_3 \rangle = \frac{1}{\sqrt{14}} \langle U_3 / U_1 \rangle + \frac{2}{\sqrt{14}} \langle U_3 / U_2 \rangle + \frac{3}{\sqrt{14}} \langle U_3 / U_3 \rangle$$

$$\langle \varphi_1^2 / U_3 \rangle = \frac{1}{\sqrt{14}} \langle U_3 / U_1 \rangle + \frac{2}{\sqrt{14}} \langle U_3 / U_2 \rangle + \frac{3}{\sqrt{14}} \langle U_3 / U_3 \rangle$$

$$\langle \varphi_1^2 / U_3 \rangle = \frac{3}{\sqrt{14}} \Rightarrow \langle \varphi_1^2 / U_3 \rangle^* = \frac{3}{\sqrt{14}}$$

$$\hat{P}_2 / U_3 \rangle = \frac{3}{\sqrt{14}} / \varphi_1^2 \rangle = \frac{3}{\sqrt{14}} \left(\frac{1}{\sqrt{14}} / U_1 \rangle + \frac{2}{\sqrt{14}} / U_2 \rangle + \frac{3}{\sqrt{14}} / U_3 \rangle \right)$$

$$\hat{P}_2 / U_3 \rangle = \frac{3}{14} / U_1 \rangle + \frac{6}{14} / U_2 \rangle + \frac{9}{14} / U_3 \rangle$$

Les vecteurs propres associés à $\lambda_3 = 4$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 3 - \lambda & 4 & -1 \\ \hline -2 & -\lambda & 2 \\ \hline 3 & -12 & 9 - \lambda \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline x_1 \\ \hline x_2 \\ \hline x_2 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline -7 & 4 & -1 \\ \hline -2 & -4 & 2 \\ \hline 3 & -12 & -5 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline x_1 \\ \hline x_2 \\ \hline x_2 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -7x_1 + 4x_2 - x_3 = 0 & (1) \\ -2x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 0 & (2) \\ 3x_1 - 12x_2 + 5x_3 = 0 & (3) \end{cases}$$

La résolution de ce système conduit à :

$$x_1 = 9x_2; x_2 = \frac{8}{3}x_3 \text{ et } x_3 = 9x_1$$

$$\hat{P}(1,24,9)$$

$$|\varphi_2\rangle = |U_1\rangle + 24|U_2\rangle + 9|U_3\rangle$$

$$N^2 = \langle \varphi_2 | \varphi_2 \rangle = 1 + 576 + 81 = 658$$

$$N = \sqrt{658}$$

$$|\varphi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{658}}|U_1\rangle + \frac{24}{\sqrt{658}}|U_2\rangle + \frac{9}{\sqrt{658}}|U_3\rangle$$

$$\hat{P}_3 = |\varphi_2\rangle \langle \varphi_2|$$

$$\hat{P}_3 |U_1\rangle = |\varphi_2\rangle \langle \varphi_2 | U_1 \rangle = |\varphi_2\rangle \langle U_1 | \varphi_2 \rangle^*$$

$$\langle U_1 | \varphi_2 \rangle = \frac{1}{\sqrt{658}} \langle U_1 | U_2 \rangle + \frac{2}{\sqrt{658}} \langle U_1 | U_2 \rangle + \frac{9}{\sqrt{658}} \langle U_1 | U_3 \rangle$$

$$\langle \frac{U_1}{\varphi_2} \rangle = \frac{1}{\sqrt{658}} \Rightarrow \langle U_1 | \varphi_2 \rangle^* = \frac{1}{\sqrt{658}}$$

$$\hat{P}_3 |U_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{658}} |\varphi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{658}} \left(\frac{1}{\sqrt{658}} |U_1\rangle + \frac{24}{\sqrt{658}} |U_2\rangle + \frac{9}{\sqrt{658}} |U_3\rangle \right)$$

$$\hat{P}_3 |U_1\rangle = \frac{1}{658} |U_1\rangle + \frac{24}{658} |U_2\rangle + \frac{9}{658} |U_3\rangle$$

En se référant au projecteur $P_3 |U_1\rangle$, on prendra seulement les coefficients de

$$\frac{24}{\sqrt{658}} |U_2\rangle \text{ et } \frac{9}{\sqrt{658}} |U_3\rangle$$

Que l'on doit multiplier au Ket $|\varphi_2\rangle$

$$\Rightarrow \hat{P}_3 |U_2\rangle = \frac{24}{\sqrt{658}} |\varphi_2\rangle = \frac{24}{\sqrt{658}} \left(\frac{1}{\sqrt{658}} |U_1\rangle + \frac{24}{\sqrt{658}} |U_2\rangle + \frac{9}{\sqrt{658}} |U_3\rangle \right)$$

$$\hat{P}_3 |U_2\rangle = \frac{24}{658} |U_1\rangle + \frac{658}{\sqrt{658}} |U_2\rangle + \frac{216}{658} |U_3\rangle$$

$$\hat{P}_3/U_3 > = \frac{9}{658}/$$

$$\varphi_2 > = \frac{9}{\sqrt{658}} \left(\frac{1}{\sqrt{658}}/U_1 > + \frac{24}{\sqrt{658}}/U_2 > + \frac{9}{\sqrt{658}}/U_3 > \right)$$

$$\hat{P}_3/U_3 > = \frac{9}{658}/U_1 > + \frac{216}{\sqrt{658}}/U_2 > + \frac{81}{658}/U_3 >$$

Ainsi les matrices des projecteurs $\hat{P}_1, \hat{P}_2, \hat{P}_3$ seront :

$$\hat{P}_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

$$\hat{P}_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{14} & \frac{2}{14} & \frac{3}{14} \\ \frac{2}{14} & \frac{4}{14} & \frac{6}{14} \\ \frac{3}{14} & \frac{6}{14} & \frac{9}{14} \\ \frac{1}{14} & \frac{2}{14} & \frac{3}{14} \\ \frac{2}{14} & \frac{4}{14} & \frac{6}{14} \\ \frac{3}{14} & \frac{6}{14} & \frac{9}{14} \end{bmatrix}$$

$$\hat{P}_3 = \begin{bmatrix} \frac{1}{658} & \frac{24}{658} & \frac{9}{658} \\ \frac{24}{658} & 1 & \frac{216}{658} \\ \frac{9}{658} & \frac{216}{658} & \frac{81}{658} \end{bmatrix}$$

La vérification de la relation de fermeture

$$\sum_n \hat{P}_n = \hat{1}$$

$$\hat{P}_1 + \hat{P}_2 + \hat{P}_3 = \begin{bmatrix} 0,4 & & \\ & 0,6 & \\ & & 0,4 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

10. Conclusion

Notre objectif était de vouloir regrouper les vecteurs et les opérateurs sous forme matricielle ; nous avons utilisés les vecteurs bras et kets, les opérateurs linéaires, hermétiques, projecteurs et observables.

En tout effet de cause, plusieurs faits se sont dégagés :

- Toute matrice comprenant les éléments 1 et 0 présente toujours les mêmes valeurs propres en valeur absolue quelques soit les permutations ou les arrangements de ces éléments.
- La décomposition spectrale d'un opérateur permet à la vérification à partir des projecteurs à déterminer la matrice de départ.
- La probabilité à partir de projecteur appliqué à un vecteur $|\Psi\rangle$ conduit à vérifier que la somme des probabilités de trouver les différentes valeurs propres donne l'unité.
- Toutes les matrices en mécanique quantique ne peuvent pas vérifier la relation de fermeture, la décomposition spectrale même la probabilité car en mathématique toutes les matrices ne sont pas des matrices unités. A cet effet, sauf les matrices composées des éléments 1 et 0.

BIBLIOGRAPHIE

1. ALBERT MASSIAH : Mécanique quantique Tome 1, Dunod, Paris 1995
2. BERKELEY : Cours de Physique, Volume 4, Paris 1974
3. BRASSEUR, H et Sauvenier H ; Physique Générale PUF Paris 1964
4. CLAUDE COHEN TANNOUDJI et Bernard DIU, Franck LALOE : Mécanique quantique II, collection enseignement de sciences, 1996
5. EINSTEIN, A et Infeld ; L'évolution des idées en physique, Paris 1984

6. GALITSKI, B. KARMAKOV et V. KORGAN :
Problèmes de mécanique quantique Ed.Mir Moscou ,1985
7. HALPEN Alvin Physique I,70514, Paris 1989
8. JACQUES VOISIN S.J: Cours d'Algèbre Spéciale leçons
sur les espaces fine Bruxelles 1970
9. LANDOU et E.LIFCHITZ : Physique théorique :
Mécanique quantique, Ed Mir ,1979
10. PIRONNEAU, Mécanique Cinématique et
Cinématique Colin, Paris 1970

LA STRUCTURE D'ANNEAU DES CLASSES RESIDUELLES ET LA MESSAGERIE SECRETE : (CHIFFREMENT DE HILL)

Par LUKINSHA KASABUSHA ⁽¹⁾

Résumé

Dans cet article, nous présentons de manière simple et simplifiée l'usage de la structure d'anneau des classes résiduelles dans le codage et le décodage des messages. Le nombre des classes à utiliser dépendra du nombre des lettres de l'alphabet de la langue utilisée. Ainsi, en français, nous utiliserons l'anneau \mathbb{Z}_{26} .

I. Introduction

Les notions des structures algébriques présentent généralement un caractère très abstrait. Cependant, elles ont des applications très concrètes. C'est le cas du déchiffrement d'un message codé. Toutefois, en dehors des notions de congruence modulo n qui seront utilisées, nous allons également faire appel aux matrices carrées.

I.1. Classes d'équivalence – Ensemble quotient

La classe d'équivalence d'un élément $a \in E$ pour la relation d'équivalence R (ou modulo R), notée $cl(a)$ ou \hat{a} ou encore \bar{a} est l'ensemble :

$$cl(a) = \{x / x \in E \text{ et } xRa\}$$

L'ensemble des classes d'équivalence d'éléments de E , modulo R , est appelé « ensemble quotient de E par R » et est noté E/R »

$$E/R = \{cl(a)/a \in E\}$$

(1) Assistant à l'Institut Supérieur Pédagogique de Lubumbashi

Considérons la relation \equiv suivante définie dans \mathbb{Z} par :

$$x \equiv y \Leftrightarrow x - y = n.k \text{ (ou } x - y \text{ est divisible par } n)$$

Elle s'énonce : « x est congru à y modulo n ». Cette relation est bel et bien une relation d'équivalence sur \mathbb{Z} .

La classe de x , notée $cl(x)$ ou \dot{x} ou encore \hat{x} est l'ensemble :

$$\begin{aligned} cl(x) &= \{y \in \mathbb{Z} \mid x \equiv y\} \\ &= \{y \in \mathbb{Z} \mid x - y = n.k \in \mathbb{Z}\} \\ &= \{y \in \mathbb{Z} \mid x = y + n.k, k \in \mathbb{Z}\} \end{aligned}$$

L'ensemble quotient \mathbb{Z}/\equiv est noté $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ ou \mathbb{Z}_n et est formé d'exactly n classes d'équivalence distinctes :

$$\mathbb{Z}_n = \{\dot{0}, \dot{1}, \dot{2}, \dots, \dot{n-1}\}$$

Munissons \mathbb{Z}_n de deux lois l'une additive et l'autre multiplicative définies par :

$$\begin{cases} \dot{x} + \dot{y} = \widehat{\dot{x} + \dot{y}} \\ \dot{x} \cdot \dot{y} = \widehat{\dot{x} \cdot \dot{y}} \end{cases}$$

$(\mathbb{Z}_n, +, \cdot)$ Est un anneau commutatif unifère (avec ou sans diviseurs de zéro selon que n est premier ou non). Cependant, l'ensemble $n\mathbb{Z}$ des multiples de n est un idéal bilatère de \mathbb{Z} . L'anneau $(\mathbb{Z}_n, +, \cdot)$ est appelé anneau des entiers modulo n ou l'anneau des classes résiduelles modulo n .

Dans le cadre de notre travail, la relation d'équivalence est définie dans \mathbb{Z} par :

$$x \equiv y \Leftrightarrow x - y = 26.k \text{ (ou } x - y \text{ est divisible par } 26)$$

En termes simples, la relation ci-haut définie signifie : « avoir le même reste par la division par 26 ».

Ainsi, la classe de x par cette relation est définie de la manière suivante :

$$\begin{aligned} cl(x) &= \{y \in \mathbb{Z} \mid x \equiv y\} \\ &= \{y \in \mathbb{Z} \mid x - y = 26 \cdot k \in \mathbb{Z}\} \\ &= \{y \in \mathbb{Z} \mid x = y + 26 \cdot k, k \in \mathbb{Z}\} \end{aligned}$$

L'ensemble quotient par cette relation est :

$$\begin{aligned} \mathbb{Z}_{26} = \\ \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22 \\ \cdot \end{aligned}$$

Il faut se rassurer que $(\mathbb{Z}_{26}, +, \cdot)$ est un anneau commutatif unifère.

En effet,

- $(\mathbb{Z}_{26}, +)$ est un groupe commutatif :
 - $+$ est interne dans \mathbb{Z}_{26} : $\forall \dot{x}, \dot{y} \in \mathbb{Z}_{26}, \dot{x} + \dot{y} \in \mathbb{Z}_{26}$
 - Associativité : $\forall \dot{x}, \dot{y}, \dot{z} \in \mathbb{Z}_{26}, (\dot{x} + \dot{y}) + \dot{z} = \dot{x} + (\dot{y} + \dot{z})$
 - $\dot{0}$ est l'élément neutre pour l'addition dans \mathbb{Z}_{26} : $\forall \dot{x} \in \mathbb{Z}_{26}, \dot{x} + \dot{0} = \dot{0} + \dot{x}$.
 - Tout élément de \mathbb{Z}_{26} admet un symétrique dans \mathbb{Z}_{26} .
 - $(\mathbb{Z}_{26}, +)$ est un groupe commutatif :
 - En plus l'addition est commutative dans \mathbb{Z}_{26} : $\forall \dot{x}, \dot{y}, \dot{z} \in \mathbb{Z}_{26}, \dot{x} + \dot{y} = \dot{y} + \dot{x}$.
- (\mathbb{Z}_{26}, \cdot) est un monoïde :
 - \cdot est interne dans \mathbb{Z}_{26} : $\forall \dot{x}, \dot{y} \in \mathbb{Z}_{26}, \dot{x} \cdot \dot{y} \in \mathbb{Z}_{26}$
 - \cdot est associativité dans \mathbb{Z}_{26} : $\forall \dot{x}, \dot{y}, \dot{z} \in \mathbb{Z}_{26}, (\dot{x} \cdot \dot{y}) \cdot \dot{z} = \dot{x} \cdot (\dot{y} \cdot \dot{z})$

- $\dot{1}$ est l'élément neutre pour la multiplication dans \mathbb{Z}_{26} : $\forall \dot{x} \in \mathbb{Z}_{26}, \dot{x} \cdot \dot{1} = \dot{1} \cdot \dot{x}$.
- Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition dans \mathbb{Z}_{26} :
 - $\forall \dot{x}, \dot{y}, \dot{z} \in \mathbb{Z}_{26}, \dot{x} \cdot (\dot{y} + \dot{z}) = \dot{x} \cdot \dot{y} + \dot{x} \cdot \dot{z}$

Chiffrement

Supposons que le message à encoder ou à décoder est en français ou en anglais (langues utilisant 26 lettres), chaque lettre sera remplacée par son rang dans l'alphabet. D'où, le tableau suivant :

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17

R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
18	19	20	21	22	23	24	25	26

Par des raisons de clarté, il y a eu de signaler que la lettre « L » sera remplacée par 12. Par conséquent, toutes nos opérations vont se réaliser dans l'anneau des classes résiduelles. Il faut également insister sur le fait que l'encodage ou le décodage est polygraphique c'est-à-dire, qu'on ne chiffre pas ou qu'on ne déchiffre pas les lettres les unes les autres, mais par paquets.

Le nombre des lettres qui forment un paquet correspond l'ordre de matrice à utiliser pour le chiffrement ou le déchiffrement.

Si le paquet à deux lettres P_k et P_{k+1} du texte clair, la matrice à utiliser sera d'ordre 2 (invertible). Les deux lettres seront chiffrées C_k et C_{k+1} après un changement des variables en utilisant la formule suivante :

$$\begin{pmatrix} C_k \\ C_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_k \\ P_{k+1} \end{pmatrix} \pmod{26} \quad (1)$$

En cas d'un paquet à trois lettres, la formule de changement est donnée par :

$$\begin{pmatrix} C_k \\ C_{k+1} \\ C_{k+2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_k \\ P_{k+1} \\ P_{k+2} \end{pmatrix} \pmod{26} \quad (2)$$

La matrice choisie est appelée « clef de chiffrement ». Toutefois, le choix de cette dernière est aléatoire. La formule (1) signifie en des termes clairs que, les deux premières lettres du message clair (P_1 et P_2) deviendront (C_1 et C_2) selon les deux équations suivantes :

$$\begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \end{pmatrix} \pmod{26}$$

$$\begin{cases} C_1 = 9.10 + 4.5 \pmod{26} \\ C_2 = 5.10 + 7.5 \pmod{26} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} C_1 = 110 \pmod{26} \\ C_2 = 85 \pmod{26} \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_1 = 6 \text{ quicorrespond à "F"} \\ C_2 = 7 \text{ quicorrespond à G} \end{cases}$$

Par cette transformation, la première et la deuxième lettre du message donnée (qui sont J et E) sont devenues ou transformées en F et G.

$$J \rightarrow F$$

$$E \rightarrow G$$

De manière analogue, et en regroupant par paire des lettres, le message sera codé de la manière suivante :

Lettres	J	e	V	0	U	5	A	i	m	E
Rangs P_k	10	5	22	15	21	19	1	9	13	5
Rangs C_k	6	7	24	7	5	4	19	16	17	22
Lettres chiffrées	F	G	X	G	E	D	S	P	G	V

Le message qui au départ était : « je vous aime » et transformée en « FGXGE DSPGV ».

Il faut soulever le fait qu'en général, les messages chiffrés sont souvent écrits en lettres groupées par cinq.

Si le nombre des lettres du message clair n'est pas un multiple de l'ordre de la matrice clef chiffrement choisi, pour le bon fonctionnement de la technique, on ajoute simplement et arbitrairement au tant de lettres qui manquent pour avoir un nombre multiple à l'ordre de la matrice.

Toutefois, bien que le choix de la matrice de chiffrement soit hasardeux, cette dernière doit remplir certaines conditions pour qu'elle soit réellement une matrice de chiffrement.

Premièrement, ses composantes doivent être des entiers naturels (au besoin non nuls) et deuxièmement, il faut qu'elle soit une matrice inversible dans \mathbb{Z}_{26} . C'est –à-dire, l'inverse de son déterminant modulo 26 existe. Ce qui sera le cas lorsque le déterminant est premier avec 26. Autrement dit, le déterminant est impair et n'est pas multiple de 13.

II. Déchiffrement

Pour déchiffre, le principe est le même que lorsqu'il s'agit du chiffrement. Le paquetage utilisé lors de l'encodage doit être respecté lorsqu'il s'agira du déchiffrement du message. Cependant, cette fois-ci, on doit multiplier le paquet des lettres par l'inverse de la matrice de chiffrement.

Si l'on tient compte des formules (1) et (2), les formules de chiffrement seront données par :

$$\begin{pmatrix} P_k \\ P_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} C_k \\ C_{k+1} \end{pmatrix} \pmod{26} \quad (5)$$

$$\text{Calculons} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}^{-1}.$$

A titre de rappel, l'inverse de la matrice A est donnée par la formule :

$$A^{-1} = |A|^{-1} \cdot (\text{com}A)^t$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}^{-1} = \frac{1}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}}$$

$$\text{Cof}a_{11} = a_{22},$$

$$\text{Cof}a_{12} = -a_{21},$$

$$\text{Cof}a_{21} = -a_{12},$$

$$\text{Cof}a_{22} = a_{11}$$

$$\text{Com}A = \begin{pmatrix} a_{22} & -a_{21} \\ -a_{12} & a_{11} \end{pmatrix}$$

$$(\text{Com}A)^t = \begin{pmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{pmatrix}$$

D'où

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}} \cdot \begin{pmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{pmatrix}$$

De manière analogue, on a :

$$\begin{pmatrix} P_k \\ P_{k+1} \\ P_{k+2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} C_k \\ C_{k+1} \\ C_{k+2} \end{pmatrix} \pmod{26} \quad (6)$$

Pour une matrice carrée d'ordre 2, l'inverse est plus facile à calculer. Elle est donnée par la formule :

Ainsi, s'il faut chercher à déchiffrer le message codé ci-haut, il faut commencer par calculer l'inverse de la matrice clef de chiffrement.

$$\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} \pmod{26}$$

On a:

$$\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}^{-1} \pmod{26} = \frac{1}{97 - 45} \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ -5 & 4 \end{pmatrix} \pmod{26}$$

$$= \frac{1}{43} \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ -5 & 4 \end{pmatrix} \pmod{26}$$

$$= 43^{-1} \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}$$

43 étant impair et non multiple de 13 alors il est inversible dans \mathbb{Z}_{26} .

Déterminons son inverse. Pour arriver à le découvrir facilement, cherchons tous les nombres inférieurs à 26 et qui sont premiers avec 26. L'inverse de 43 sera parmi ces nombres premiers avec 26 à la seule condition que le produit de 43 avec ce nombre modulo 26 donne 1.

Sans sacrifier les généralités, il y a lieu de rappeler le fait que un nombre est premier avec 26 autrement dit un nombre est étranger avec 26 si et seulement si leur dernier diviseur commun (plus grand commun diviseur) est 1. Par illustration, 15 est premier avec 26 car $\text{p.g.c.d.}(15 ; 26)=1$.

Ainsi tous les nombres premiers avec sont regroupés dans l'ensemble suivant :

$$\{1,3,5,7,9,11,15,17,19,21,23,25\}$$

Du fait que dans un groupe donné, le symétrique d'un élément est unique, il convient de retrouver l'unique inverse de 43 parmi les nombres premiers figurants dans l'ensemble ci-haut.

Voici la procédure à suivre :

1^{er} étape : multiplier 43 par le nombre premier choisiparmi les éléments figurants dans l'ensemble (modulo 26) ;

2^{ème} étape : retrouver la classe équivalente dans \mathbb{Z}_{26} ;

3^{ème} étape : vérifier si la classe du produit est celle de 1(modulo 26).

- $43.1 \pmod{26} = 43 \pmod{26} = 17 \pmod{26}$
- $43.3 \pmod{26} = 129 \pmod{26} = 25 \pmod{26}$
- $43.5 \pmod{26} = 215 \pmod{26} = 7 \pmod{26}$
- $43.7 \pmod{26} = 301 \pmod{26} = 15 \pmod{26}$

- $43.9(\text{mod } 26) = 387(\text{mod } 26) = 15 (\text{mod } 26)$
- $43.11(\text{mod } 26) = 473(\text{mod } 26) = 5 (\text{mod } 26)$
- $43.15(\text{mod } 26) = 645(\text{mod } 26) = 21 (\text{mod } 26)$
- $43.17(\text{mod } 26) = 731(\text{mod } 26) = 3 (\text{mod } 26)$
- $43.19(\text{mod } 26) = 717(\text{mod } 26) = 11 (\text{mod } 26)$
- $43.21(\text{mod } 26) = 903(\text{mod } 26) = 19 (\text{mod } 26)$
- $43.23(\text{mod } 26) = 1(\text{mod } 26)$

Par conséquent, l'inverse de $43 (\text{mod } 26)$ est 23.

D'où,

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}^{-1} (\text{mod } 26) &= 23 \cdot \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ -5 & 9 \end{pmatrix} (\text{mod } 26) \\ &= \begin{pmatrix} 161 & -92 \\ -115 & 207 \end{pmatrix} (\text{mod } 26) \\ &= \begin{pmatrix} 5 & 12 \\ 15 & 25 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

La formule de déchiffrement du message devient donc :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} P_k \\ P_{k+1} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 5 & 12 \\ 15 & 25 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 7 \end{pmatrix} (\text{mod } 26) \\ \Rightarrow \begin{cases} P_1 = 5.6 + 12.7 (\text{mod } 26) \\ P_2 = 15.6 + 25.7 (\text{mod } 26) \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} P_1 = 114 (\text{mod } 26) \\ P_2 = 265 (\text{mod } 26) \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} P_1 = 10 \text{ qui correspond à la lettres } j \\ P_2 = 5 \text{ qui correspond à la lettre } E. \end{cases} \end{aligned}$$

De manière analogue, nous obtenons les autres lettres. D'où, le tableau suivant :

Lettres chiffrés	F	G	X	G	E	D	S	P	G	V
Rangs P_k	6	7	24	7	5	4	19	16	7	22
Rangs C_k	10	5	22	15	21	19	1	9	13	5
Lettres chiffrées	J	e	V	O	U	S	a	i	m	e

Le message déchiffré sera bien « je vous aime ».

III. Conclusion

En guise de conclusion, il y a lieu de constater que les notions des mathématiques sont toujours dans notre environnement immédiat cependant, il faut y trouver une intention particulière pour les découvrir. Les notions de structures algébriques en général et d'anneaux en particulier, sont souvent présentées de manière très abstraite de telle sorte qu'il est difficile de croire qu'elles peuvent avoir une application aussi simple et aussi fascinante. Le stade des mathématiques pour les mathématiques doit être dépassé pour être remplacé par les mathématiques outils nécessaires à la résolution des problèmes de la société.

IV. Bibliographie

1. ALAIN DESMARETS, Benoît JADIN et alii, Oh, moi les maths, Ed. Talus d'approche, I.S.B.N., 1997.
2. ANDRE DELEDICA, mathématiques lycée, Ed. de la cité, I.S.B.N., 1999.
3. ANTOINE Chambert-Loir, Algèbre commutative, version du 29 Novembre 2001.

4. KEMENY, JL SNELL, Algèbre moderne et activités humaines, Ed DUNOD, Paris, 1960.
5. Khaoula Ben Abdeljelil, cours d'algèbre linéaire, 2003.

DE L'APPROCHE MATHÉMATISÉE DE LA SOCIOLOGIE AFRICAINE

LUKINSHA KASABUSHA DEOGRATIAS ⁽¹⁾ et BWALYA
MULUMBA IGNACE ⁽¹⁾

Résumé

En rédigeant cet article, notre souci majeur est celui de faire un rapprochement entre les notions de base de la Sociologie africaine et les notions de base de l'Algèbre. Nous allons d'une manière ou d'une autre essayer de faire ressortir les notions d'ensembles et des relations dans la Sociologie africaine.

I. Introduction.

La classification des sciences tente à établir une nette démarcation entre les sciences exactes et les sciences sociales. Cependant, il y a lieu de constater que certaines situations sociologiques se rapprochent des certains modèles mathématiques ou physiques voire chimiques. Par conséquent, une observation attentive ou une étude minutieuse peut permettre d'interpréter mathématiquement certaines situations ou phénomènes sociologiques.

Les sociologues et les doctrinaires en Sociologie disent que l'homme est appelé à vivre en groupe, en société, en communauté. L'homme est donc un être sociable. Il est donc aberrant d'envisager une vie en solitaire.

En Mathématique, la notion d'éléments, notion première et fondamentale, ne peut pas être étudiée de manière isolée. Elle est toujours rattachée à la notion d'ensembles.

(1) Assistant à l'Institut Supérieur Pédagogique de Lubumbashi

Ainsi, comme en Mathématique, les notions premières de la Sociologie africaine reposent sur les notions d'ensembles mais, selon les circonstances, portent les noms particuliers comme : famille (restreinte ou étendue), clan, tribu, ethnie, ... Si les mathématiciens utilisent un contour fermé, appelé diagramme de Venn pour représenter un ensemble, on peut également emprunter ce style pour représenter une famille, un clan, une tribu, ..., ou n'importe quel groupe sociologique.

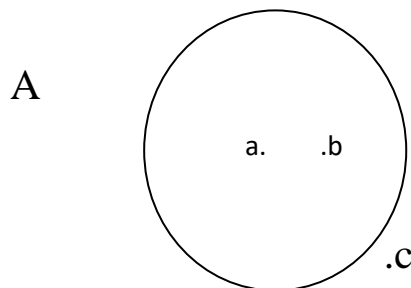


Fig.1

Si A est une famille, un clan, une tribu, bref un groupe sociologique, nous dirons par exemple que :

- a, b sont éléments ou membres de la famille, du clan, ..., bref du groupe
- c n'est pas élément ou x n'est pas membre du groupe sociologique indiqué.

Cependant pour bien étudier un groupe sociologique, il faut arriver à bien le circonscrire ou à bien le définir. C'est pourquoi, il est nécessaire de voir les différentes manières de définir un groupe sociologique.

II. Différentes manières de définir un groupe sociologique

Pour définir un ensemble, les mathématiciens retiennent deux manières à savoir : la donnée analytique ou définition en extension et donnée synthétique ou définition en compréhension. Ces deux façons

de définir sont aussi valables pour un groupe sociologique.

II.1. Donnée analytique ou définition en extension

La donnée analytique consiste à énumérer ou à donner la liste complète des éléments de l'ensemble. En sociologie, lorsqu'on cherche à exploiter un groupe sociologique, on peut se résoudre à énumérer tous les membres du groupe, c'est-à-dire, on définit le groupe sociologique de manière analytique communément appelée définition en extension par les mathématiciens. A titre d'exemple, si l'on considère les membres de la famille restreinte de Mokolo, il y a lieu de donner la liste suivante :

Mokolo	: le père
Mabe	: la mere
Kilo	: le garçon
Coco	: la fille
Bibo	: la fille

On a donc $F_{Mokolo} = \{Mokolo, Mabe, Kilo, Coco, Bibo\}$

De même, on peut représenter par un diagramme de Venn.

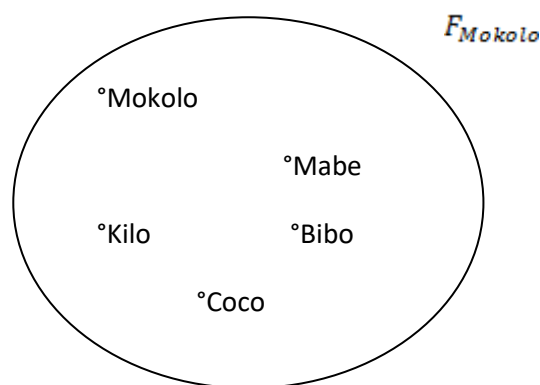


fig.2

Cependant, cette manière de définir n'est pas toujours mieux indiquée lorsqu'il s'agit d'un groupe sociologique, groupe qui peut être parfois très étendue. D'où le recourt à la seconde manière de définir un groupe dite définition en compréhension.

II.2 Donnée synthétique ou définition en compréhension

La donnée synthétique consiste à la donnée d'une propriété commune à tous les éléments de l'ensemble et à eux seuls.

En Sociologie, il est fréquent de définir un groupe sociologique en donnant seulement la caractéristique propre à une catégorie de gens. Il est donc facile de dire, la famille Mokolo ou les membres de la famille Mokolo ; les membres du clan « Benangoma » ou encore les membres de l'ethnie « Tshokwe », qui peuvent s'écrire distinctement en utilisant le modèle mathématique :

$A = \{x|x \text{ est de la famille Mokolo}\}$ (famille)

$B = \{x|x \text{ est un Mwinangoma}\}$ (clan)

$C = \{x|x \text{ est un Tshokwe}\}$ (ethnie)

Ces exemples ci-haut citées montrent à suffisance qu'il y a lieu de réaliser une comparaison entre certains groupes sociologiques. Cette comparaison peut nous permettre d'étudier la notion d'inclusion et de complémentarité.

III. Inclusion et Complémentaire

Le clan est un ensemble des familles étendues ayant un ancêtre commun connu.

Autrement dit, le clan est l'ensemble des personnes dont l'origine commune est affirmée. En langage mathématique, nous pouvons dire qu'une famille étendue est un sous-ensemble du clan ou qu'une famille étendue est incluse dans un clan ou encore une famille étendue est une partie du clan.

D'où la représentation suivante:

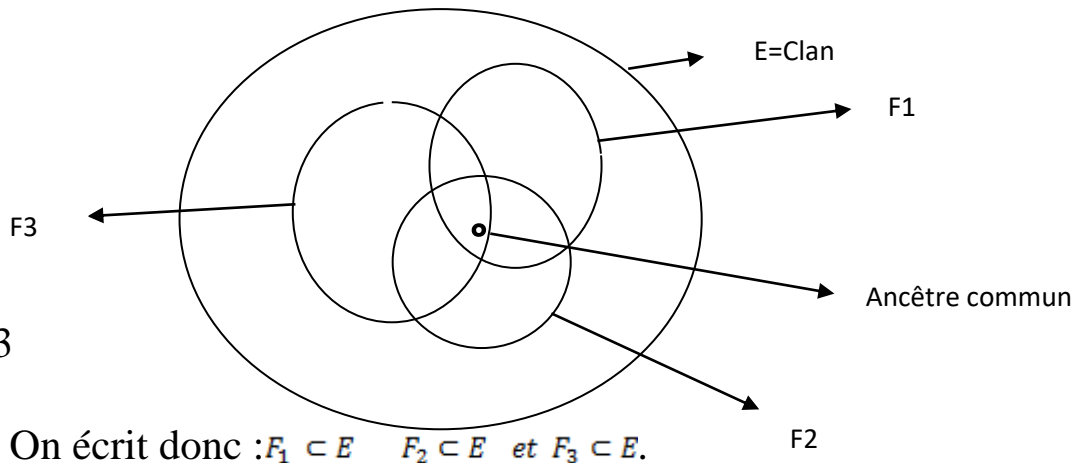


Fig. 3

Dans le même ordre d'idées, nous pouvons dire que le clan est un sous-ensemble de la tribu, la tribu est un sous-ensemble de l'ethnie. Ainsi, la situation peut se représenter la manière suivante :

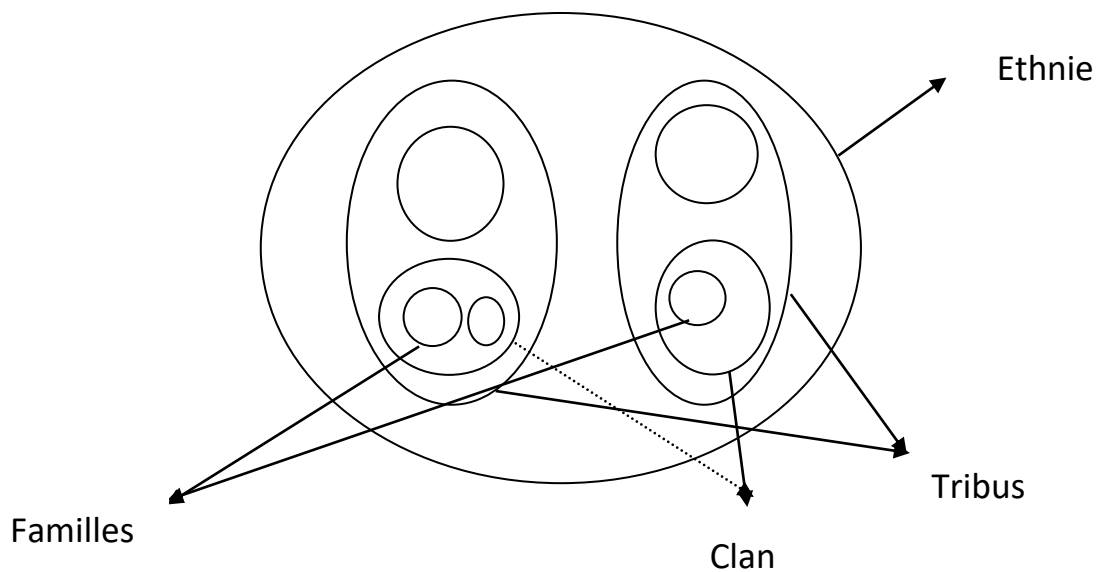


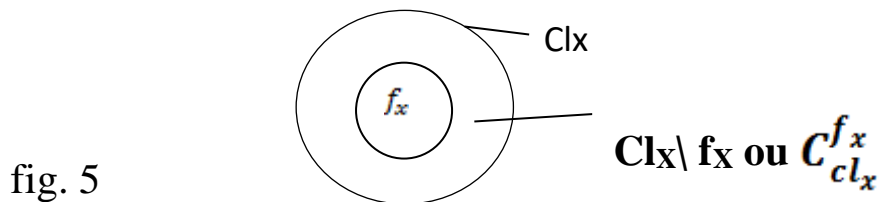
fig.4

Les familles sont souvent des parties propres du clan (parties différentes du vide et parties différentes du clan lui-même). En considérant une famille f_x d'un clan cl_x , il existe nécessairement des éléments du clan cl_x qui ne sont pas de la famille f_x . Par conséquent, on peut définir un ensemble qui sera formé des éléments du clan cl_x qui ne sont pas de la famille f_x .

L'ensemble ainsi défini est appelé dans le langage mathématique, le complémentaire de f_x dans cl_x et on le note.

$$C_{cl_x}^{f_x} = \{x | x \in cl_x \text{ et } x \notin f_x\}$$

On peut le représenter comme suit :



Il y a lieu de constater que les éléments du complémentaire entre de groupes sociologiques peuvent être non seulement d'ordre physique, mais parfois culturels.

En Afrique, une observation attentive de la structure de la famille étendue ou du clan peut établir une nette ressemblance avec celle de l'atome, qui est constitué d'un noyau et des électrons qui gravitent autour du noyau.

Neveux (nièces)

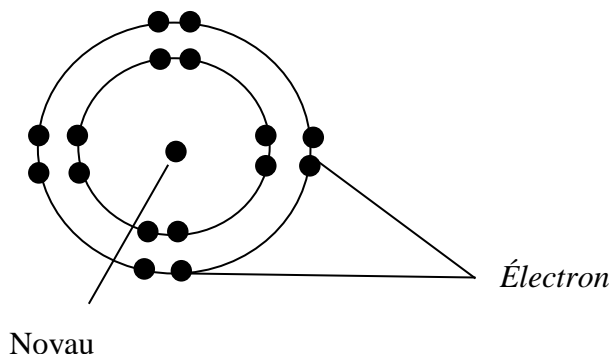


fig.6

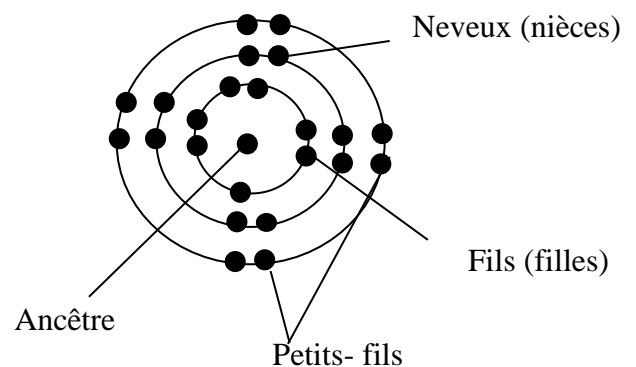


fig. 7

L'atome est stable (ou instable) selon qu'il gagne (ou perd) les électrons. De manière analogue, un ancêtre est fort (ou faible) selon qu'il gagne (ou perd) les membres de la famille (ou clan). C'est dans cet ordre d'idées qu'un proverbe africain dit : « Ubukulubwa Nkoko masako » qui peut se traduire : « La grandeur de la poule, ce sont les

plumes » ou encore « la force d'un ancêtre c'est le nombre de sa progéniture ». C'est ainsi qu'en Afrique, pour détruire une famille étendue ou un clan, on peut procéder de deux manières différentes :

soit on élimine l'ancêtre et les membres se dispersent, soit, on s'attaque aux membres et l'ancêtre est déforcé et disparaît à petit feu. Cette façon de procéder est presque isomorphe à celle utilisée en chimie ou en physique pour détruire un atome. Soit on s'attaque au noyau et les électrons s'envolent, soit, on soutire tous les électrons et le noyau se désintègre.

S'il est possible d'effectuer certaines opérations sur les ensembles mathématiques, il y a lieu de se poser la question de savoir si cela est possible sur les groupes sociologiques. Dans la partie suivante, essayons de réfléchir sur les opérations sur les groupes sociologiques.

IV. Opérations sur les groupes sociologiques

En mathématiques, les opérations fondamentales sur les ensembles sont : l'intersection, la réunion, la différence et la différence symétrique. Etudions ces opérations sur les groupes sociologiques.

IV.1. L'intersection

L'intersection de deux ensembles A et B, noté $A \cap B$, est l'ensemble des éléments communs à A et à B. . Il est fréquent que deux groupes sociologiques puissent avoir des éléments communs. Ces éléments peuvent être des personnes physiques, des éléments d'ordre culturel, d'ordre comportemental, d'ordre religieux,... Ainsi, sur un plan donné, on peut chercher à déterminer, comme en mathématique, l'ensemble des éléments communs aux deux groupes appelé l'intersection.

Si on considère G_x et G_y deux groupes sociologiques

$$G_X \cap G_Y = \{x \in G_X \text{ et } x \in G_Y\}$$

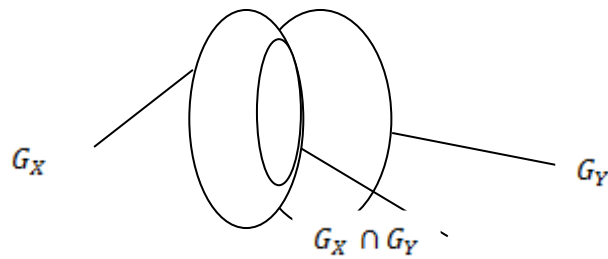


fig. 8

Si l'intersection de deux groupes sociologiques est vide, nous disons que les groupes sont disjoints (De manière étendue, lorsque l'intersection est vide sur certains plans comme : plan culturel, comportemental, religieux, on peut parler de l'incompatibilité entre les deux groupes). Pour l'illustration, considérons les groupes sociologiques suivants:

$C = \{x | x \text{ est un prêtre catholique}\}$

$M = \{x | x \text{ est un Imam musulman}\}$

$O = \{x | x \text{ est un prêtre orthodoxe}\}$

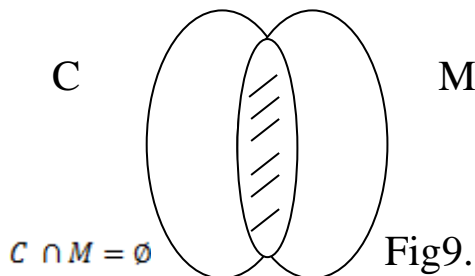


Fig9.

C et M sont deux groupes incompatibles sur le plan religieux

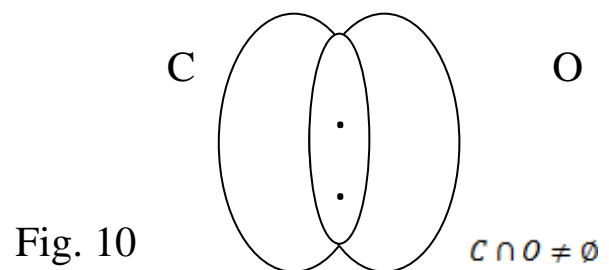


Fig. 10

C et O ont des éléments communs sur le plan religieux.

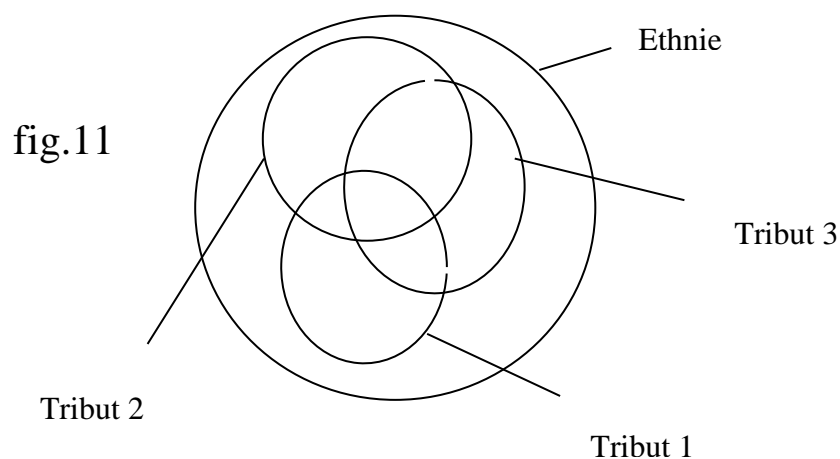
L'incompatibilité entre deux groupes sociologiques pousse parfois certains conservateurs de ces coutumes à l'extrémisme. C'est pourquoi, il est facile dans la société africaine, de se retrouver dans une situation telle que le mariage n'a pas ou n'aura pas lieu parce que les deux conjoints ne sont pas de la même tribu. Dans le même ordre d'idées, on

assiste à des manifestations des guerres de religieux suite à l'incompatibilité religieuse. (Cas des croisades, sectes BOKOARAM).

Si l'intersection de deux groupes sociologiques est possible, il y a lieu de réfléchir aussi sur la réunion des groupes sociologiques.

IV.2. La réunion

La réunion des ensembles est l'une des opérations les plus utilisées en sociologie africaine. Par exemple, pour former une ethnie, on effectue la réunion de plusieurs tribus.



Généralement, la réunion de groupes sociologiques est source d'échange et d'enrichissement sur plusieurs plans tels que le plan culturel, le plan alimentaire, le plan religieux, ...Ainsi, la force culturelle d'une nation par exemple, est due à l'assemblage des cultures des différentes ethnies qui la constitue. En RDC par exemple, si la « chikwangu » était une spécialité des kongo, actuellement, la symbiose des cultures a fait que tout congolais, du Nord au Sud, de l'Est à l'Ouest mange la « chikwangu ».

Cependant, bien que la réunion des groupes sociologiques favorise l'épanouissement des membres sur certains plans, cette réunion permet également de faire ressortir des éléments propres à chaque groupe sociologique de l'ensemble. Ainsi, on peut chercher à

retrouver les éléments particuliers à tel ou tel autre groupe sociologique. C'est-à-dire on peut chercher à déterminer la différence entre deux groupes sociologiques.

IV.3. La différence

Mathématiquement, la différence de deux ensembles A et B est l'ensemble des éléments de A qui ne sont pas éléments de B. On note : $A \setminus B = \{x | x \in A \text{ et } x \notin B\}$

Signalons le fait qu'on ne peut pas prétendre étudier des groupes sociologiques différents (familles, clans, tribus, ethnies,...) sans détecter les points de ressemblance ou les points de dissemblance. Par conséquent, il est tout à fait logique qu'un chercheur, pour une cause ou une autre, cherche à étudier deux groupes sociologiques en relevant les éléments propres à un groupe donné. C'est-à-dire les éléments qui appartiennent à tel ou tel au groupe sans appartenir à l'autre.

La différence de culture, de comportement, d'agissement ou d'habitude constatée entre deux groupes sociologiques donnés est due au fait que chaque groupe sociologique a parfois des éléments propres à lui et qui ne se retrouvent pas ailleurs. Ainsi, la différence entre un groupe sociologique A et un groupe sociologique B est l'ensemble des éléments physiques ou immatériels qui appartiennent au groupe A et qui ne se retrouvent pas au groupe B.

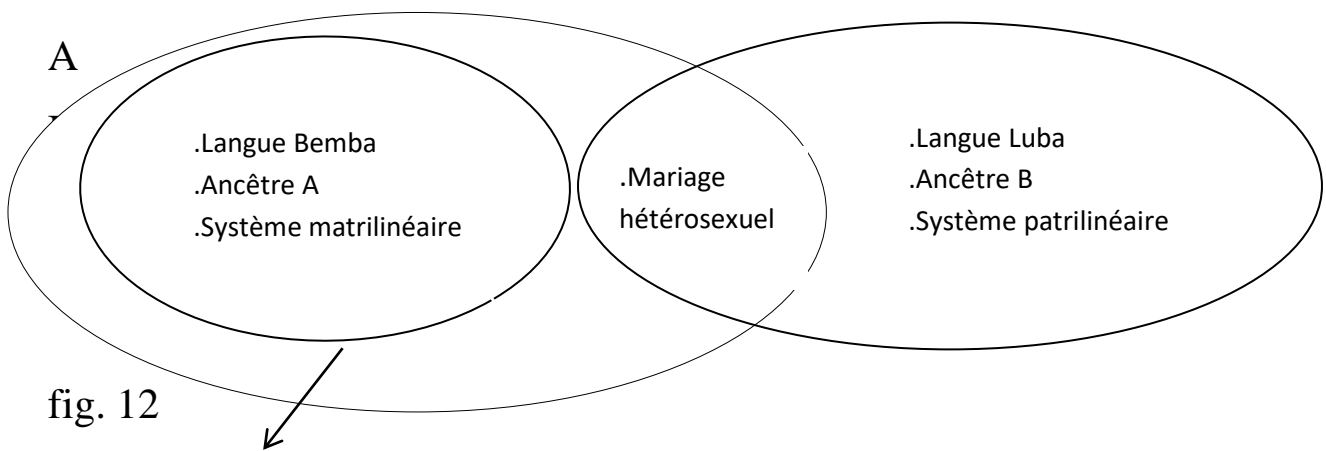
Pour des raisons de clarté et d'illustration, prenons les situations suivantes :

$$A = \{x | x \in \text{bena Ngoma}\} \quad (\text{Clan bema})$$

$$B = \{x | x \in \text{Bakwa Museka}\} \quad (\text{Clan Luba/Katanga})$$

L'ensemble $A \setminus B = \{x | x \in \text{bena Ngoma} \text{ et } x \notin \text{Bakwa Museka}\}$. Cependant, les éléments de la différence entre les deux clans sont des natures différentes. Citons par exemple, l'ancêtre, la langue, le système

parentale (matrilinéaire ou l'avunculat chez les benaNgoma et la parentale patrilinéaire chez les BakwaMuseka).



$$A \setminus B = \{ \text{langue bemba, ancêtre A, système matrilinéaire} \}.$$

Toutefois, si dans cet exemple nous nous sommes plus intéressé à retrouver les éléments du Clan A qui ne sont pas dans le Clan B, on peut aussi chercher à retrouver les éléments du Clan B qui ne sont pas dans le Clan A, (B/A).

Mis en commun les ensembles $A \setminus B$ et $B \setminus A$ peut nous permettre de retrouver l'ensemble communément appelé différence symétrique dans le langage mathématique.

IV.4. La différence Symétrique.

La différence symétrique de deux ensembles A et B est l'ensemble des éléments qui appartiennent à A ou à B et non à A et B. On a par définition,

$$\begin{aligned} A \Delta B &= \{x | x \in A \cup B \text{ et } x \notin A \cap B\} \\ &= \{x | x \in A \setminus B \text{ et } x \in B \setminus A\} \end{aligned}$$

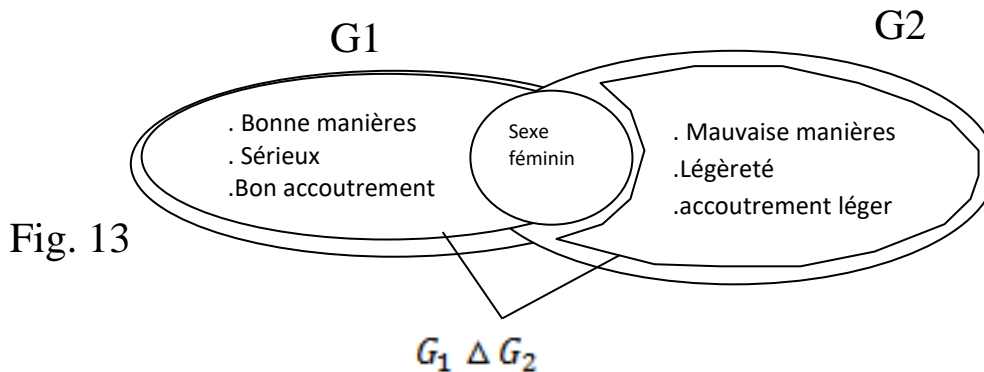
En sociologie, déterminer la différence symétrique de deux groupes sociologiques (familles, clans, ethnies,...) va consister à relever les éléments non communs aux deux groupes.

Deux groupes sociologiques quelconques ont toujours des éléments de ressemblances et des éléments de différence. La différence symétrique dans ce cas est constituée des éléments de différence. Pour de raison de clarté, considérons les groupes sociologiques suivants :

$$G_1 = \{x \mid x \text{ est une sœur catholique}\}$$

$$G_2 = \{x \mid x \text{ est une femme libre de l'hôtel}\}$$

On peut relever quelques éléments de dissemblance suivants :



Il faudra insister sur le fait que l'existence des éléments de ressemblance ou de différence entre groupes sociologiques distincts est source d'attraction ou de répulsion entre les membres qui les constituent. Par conséquent, il s'avère indispensable de jeter un regard sur les relations qui peuvent unir les groupes sociologiques ou leurs membres.

V. Relations entre groupes sociologiques

En mathématique, dans la théorie des catégories, une catégorie est définie par la donnée de trois éléments essentiels suivants : - Les objets de la catégorie ;

- Les flèches de la catégorie (ou « relations ») ; et

- La composition des flèches.

La nature des objets change d'une catégorie à une autre. Dans le même ordre d'idées, il faut signaler que la définition de la composition des flèches dépend d'une catégorie à une autre. Dans les théories sociologiques, on peut également retrouver plusieurs catégories en l'occurrence :

- la catégorie famille (les objets ou éléments sont des familles) ;
- la catégorie clan (les objets ou éléments sont des clans) ;
- la catégorie tribu (les objets ou éléments sont des tribus) ;
- la catégorie ethnie (les objets ou éléments sont des ethnies).

Généralement, les relations existantes entre familles ne sont pas les mêmes que celles qui existent entre clans. De même, celles qui existent entre clans ne sont pas similaires à celles qui existent entre tribus.

En plus, nous trouvons en mathématique des relations définies dans un même ensemble, c'est-à-dire l'ensemble de départ (source) est égal à l'ensemble d'arrivée (but) – et des relations définies entre deux ensembles différents – c'est-à-dire l'ensemble de départ est différent de l'ensemble d'arrivée. Dans l'étude mathématique, on y rencontre également des relations particulières telles que les applications, les injections, les surjections, les bijections, les permutations, etc....

Analysons pour voir si ces théories purement mathématiques peuvent être isomorphes à des situations ou relations sociologiques connues :

Premièrement, en Afrique en général et au Congo en particulier, il existe une catégorie des clans dits endogamiques, c'est-à-dire clans dans lesquels il est permis aux individus de même clan de se marier. Par conséquent, le mariage endogamique est une illustration claire et nette d'une relation dans un même ensemble.

Par contre, dans les clans dits exogamiques, il n'est pas autorisé aux personnes appartenant au même clan de se marier. Le mariage exogamique est donc une relation entre deux clans différents, c'est-à-dire l'ensemble de départ est différent de l'ensemble d'arrivée.

Signalons qu'en sociologie, les exemples des relations dans un ensemble ou des relations entre ensembles différents sont légions. Citons les relations de parenté, de fraternité qui sont des relations dans un même ensemble (famille étendue) et l'on peut également évoquer les relations telles que la relation de confrérie, la relation de collègue, ... qui sont aussi des relations dans un même ensemble. Mais dans le cas des familles restreintes, les relations comme celles de cousinage sont des relations entre deux ensembles distincts.

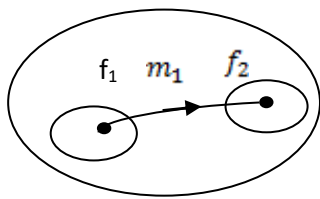


fig. 13 Clan X endogamique

m_1 : mariage endogamique.

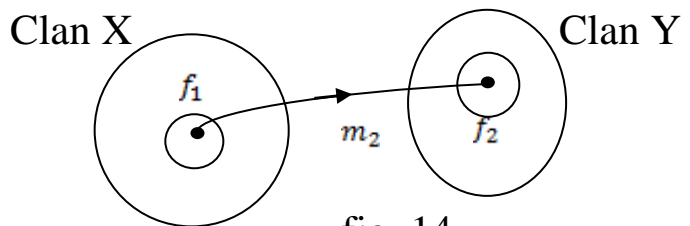
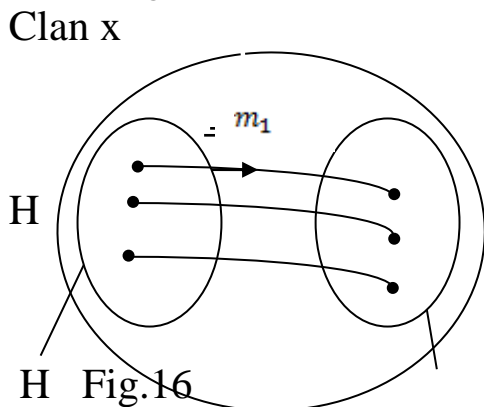


fig. 14

Clan X et clan Y exogamiques
 m_2 : mariage exogamique.

De ce qui précède, on peut constater qu'une relation sociologique peut être placée, dans l'ensemble des relations, dans un ensemble ou des relations définies entre ensembles différents. Par conséquent, les précisions de l'ensemble de définition s'avèrent importantes.

Dans le cadre des mariages, il existe une catégorie des mariages dits mariages monogamiques, c'est-à-dire un mari pour une femme et une seule. C'est le cas de mariages civils et des mariages religieux chrétiens pour lesquels l'élément de l'ensemble de départ à une image est une seule.



H Fig.16

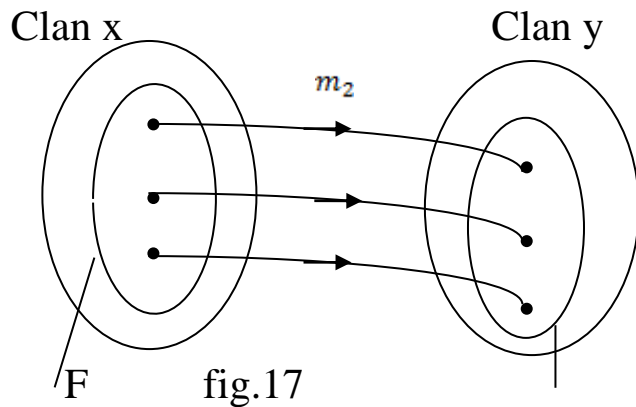


fig.17

H= ensemble d'hommes

F = ensemble des femmes

m_1 = mariage monogamique

H =ensemble d'hommes

F=ensemble des femmes

m_2 = mariage monogamique exogamique

Le mariage monogamique est un exemple concret d'une application au sens mathématique. Chaque antécédent a une image et une seule. D'ailleurs comme toute femme, c'est-à-dire élément de l'ensemble d'arrivée, a un antécédent et un seul, on peut dire qu'un mariage monogamique est une bijection (une application biunivoque). En dehors des mariages monogamiques, on peut également, en sociologie, avoir des mariages polygamiques, c'est-à-dire un homme a plusieurs femmes. Ces mariages sont fréquents dans plusieurs tribus de la République Démocratique du Congo en général et au Katanga en particulier. Citons également la communauté musulmane qui accepte des tels mariages. Cette forme de mariages est une illustration de la notion de simple relation au sens mathématique.

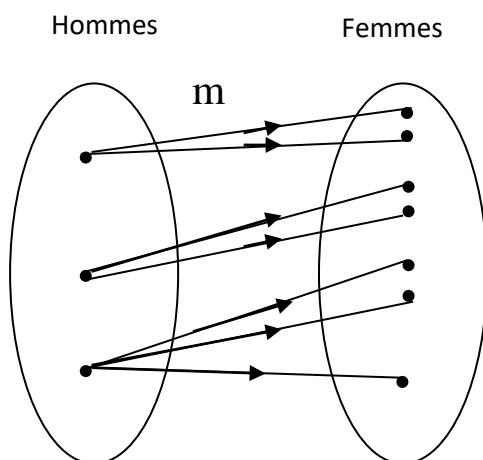


fig.18

m : mariage polygamique

Il faut également soulever le fait qu'en Afrique en général et en République Démocratique du Congo en particulier, il existe des mariages polyandriques, mariages dans lesquels une femme peut avoir plusieurs maris (Ex : chez les Bashilele du Kasai)

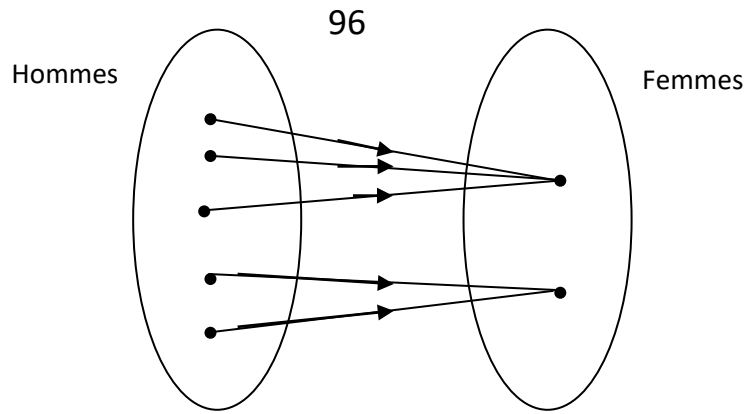


fig.19

Ce mariage sera classé dans la catégorie des relations mathématiques dites applications surjectives, c'est-à-dire chaque élément de l'ensemble d'arrivée a au moins un antécédent dans l'ensemble de départ.

En mathématique, pour définir une relation, l'accent sera mis sur la recherche du domaine de définition. Cela est dû au fait que pour un élément donné, appartenir dans l'ensemble de départ, n'est pas une condition suffisante pour être en relation avec un élément de l'ensemble d'arrivée. Cela permet d'éviter des relations impossibles ou non autorisées. Ainsi, un élément appartient au domaine de définition s'il a une image dans l'ensemble d'arrivée.

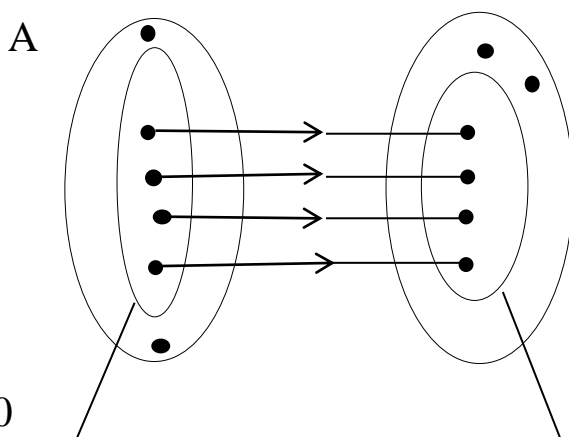


fig.20

Domaine de définition Ensemble image (domaine des valeurs)

De manière analogue, en sociologie, nous sommes obligés de définir de manière claire et nette les groupes sociologiques entre

lesquels la relation sera établie. Cela pour éviter d'avoir des relations qui vont à l'encontre des mœurs ou du mode de vie de la communauté. C'est le cas par exemple, du lien appelé inceste, mariage dans lequel un homme (ou une femme) épouse sa sœur (ou son frère). C'est la même situation lorsqu'il s'agit d'un clan exogamique. Si un homme épouse une femme de son clan, cela constitue un cas d'inceste.

En outre, en mathématique, il existe aussi la technique de prolongement d'une relation. C'est-à-dire, lorsque pour une valeur donnée, la relation n'admet pas d'image pour une raison ou pour une autre, on peut prolonger la relation en adjoignant à cette valeur à problème la limite de la fonction en cette valeur.

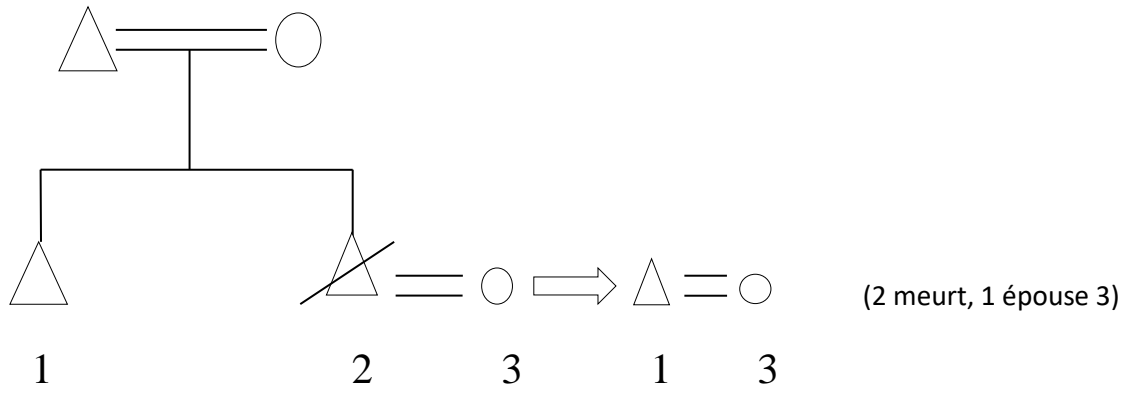
Si l'on considère par exemple la fonction $f(x) = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1}$. Cette fonction n'est pas définie au point $x=1$. On peut donc la prolonger en déterminant la limite de $f(x)$ au point $x=1$.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x + 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 2)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} x + 2 = 3$$

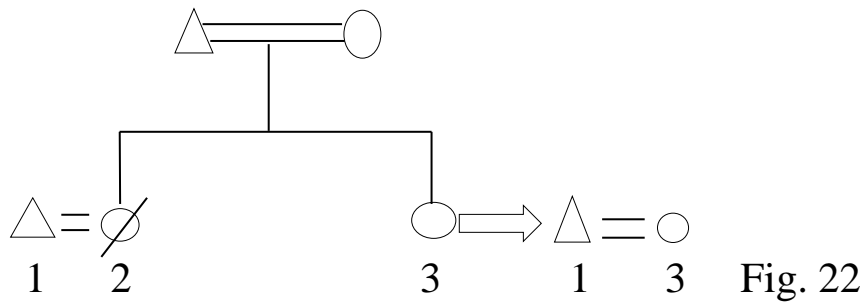
Par conséquent, le prolongement de cette fonction sera défini comme suit :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x + 2}{x - 1} & \text{si } x \neq 1 \\ 3 & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

En sociologie, les relations dites « lévirat » ou « sororat » sont des prolongements de la relation du mariage. Le lévirat consiste à épouser la veuve de son frère ou de son oncle maternel.

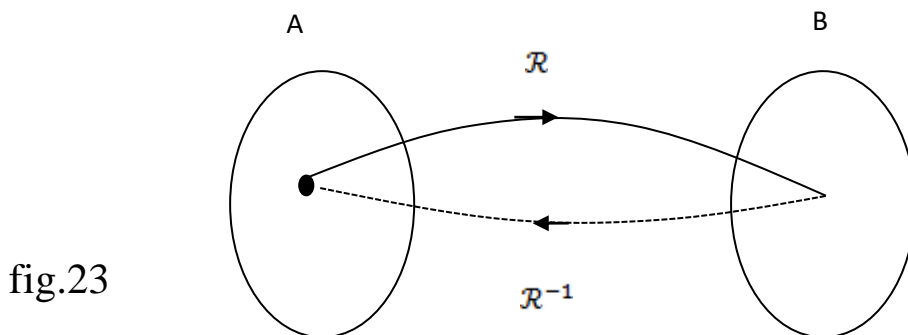


Cette pratique est très fréquente dans plusieurs tribus du Katanga en particulier et du Congo en général. Cependant, le sororat consiste à épouser la sœur cadette de la femme décédée.



Signalons que le fondement du lévirat et du sororat est la recherche du bon encadrement des orphelins.

Relevons également le fait que, en mathématique, si on peut établir une relation \mathcal{R} entre un élément x de l'ensemble A et un élément y de l'ensemble B, il est possible, par la réciproque \mathcal{R}^{-1} d'établir un lien entre l'élément y et l'élément x .



De même, une involution est tout simplement une relation égale à sa réciproque. ($\mathcal{R}^{-1}=\mathcal{R}$). Signalons également la présence des relations dites composées de deux ou plusieurs relations, notées $S \circ \mathcal{R}$, pour représenter la composée de deux relations \mathcal{R} et S ; $T \circ S \circ \mathcal{R}$ pour représenter la composée de trois relations \mathcal{R}, S et T .

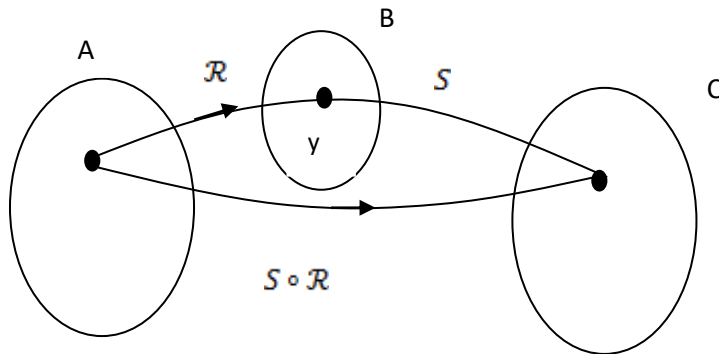
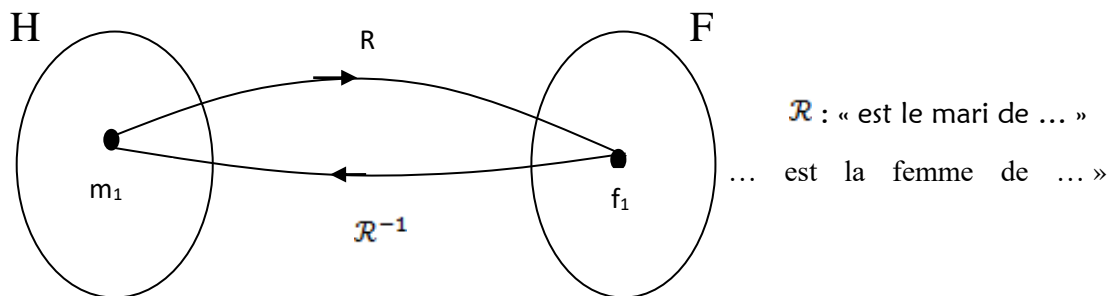


fig. 24

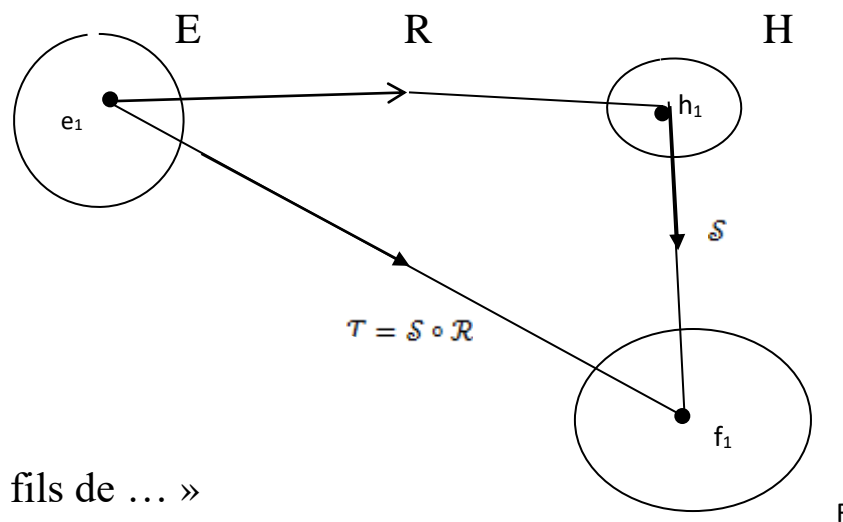
En général, les relations sociologiques sont toujours rattachées à des relations réciproques. Si l'on peut facilement établir la relation de mariage entre deux personnes, il y a lieu de créer deux relations réciproques entre-elles à savoir : \mathcal{R} : « ... est le mari de ... » et sa réciproque, \mathcal{R}^{-1} : « ... est la femme de ... ».



En plus, la relation telle que « ... est le frère de ... » dans une famille des garçons est une illustration nette que la relation dite une « involution ». Car, si x est le frère de y , alors y est le frère de x , c'est-à-dire si l'on considère la relation de départ \mathcal{R} « ... est le frère de ... », sa réciproque \mathcal{R}^{-1} : « ... est le frère de ... ». On a $\mathcal{R}=\mathcal{R}^{-1}$.

Il faut également constater le fait qu'en sociologie lorsqu'on a deux relations successives, il existe toujours une troisième qui rend le diagramme commutatif.

Pour des raisons de clarté, considérons la relation « ... a pour tante ... », définie dans une famille étendue. Il y a lieu de constater qu'elle est obtenue en composant deux relations à savoir : la première est « ... est le fils de ... » et la seconde : « ... a pour sœur ... ».



\mathcal{R} : « ... est le fils de ... »

\mathcal{S} : « ... a pour sœur ... »

$\mathcal{T} = \mathcal{S} \circ \mathcal{R}$: « ... a pour tante ... »

F ig. 26

Dans le même ordre d'idées, il y a lieu de relever le fait que les relations sociologiques telles que : « ... est le grand-père de ... » ; « ... est la belle-sœur de ... » ; « ... est le cousin de ... », ... sont des relations obtenues après avoir composé plusieurs autres relations.

Parmi les relations définies dans un même ensemble, les mathématiciens s'intéressent également à deux relations particulières à savoir : la relation d'ordre et la relation d'équivalence.

Mathématiquement, une relation d'ordre ou un ordre dans un ensemble E est toute relation dans E à la fois réflexive, antisymétrique et transitive. Elle est généralement notée « \leq » et elle permet d'établir une comparaison suivant des critères établis entre les éléments d'un

ensemble. Ainsi, dans un ensemble ordonné (E, \leq) , deux éléments a et b sont dits comparables si l'on a :

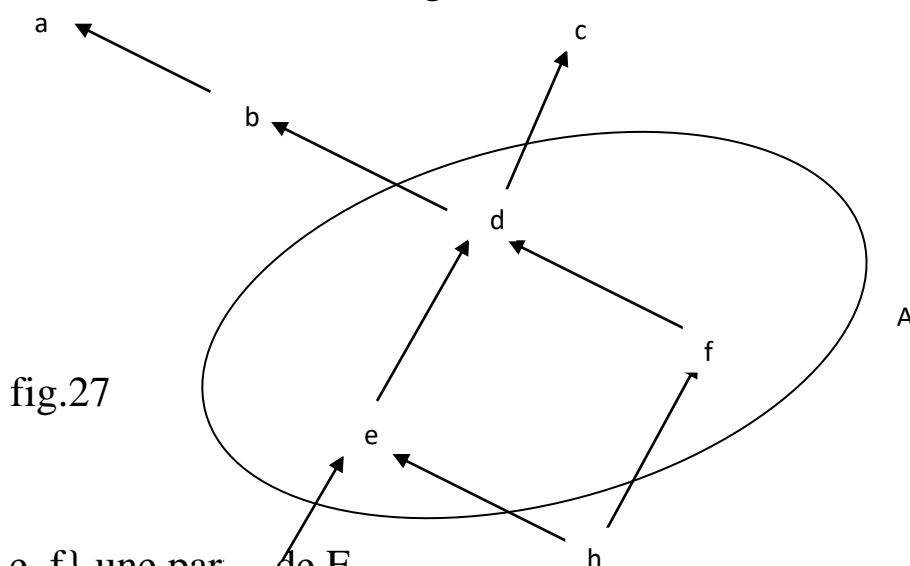
$$a \leq b \text{ ou } b \leq a.$$

Dans le cas contraire, les éléments a et b sont dits non comparables. On définit également un ordre total ou un ordre partiel selon que tous les éléments sont deux à deux comparables ou non.

Il faut aussi soulever le fait qu'une relation d'ordre dans un ensemble E permet de définir la notion des majorants et des minorants de l'ensemble ; de plus petit et de plus grand élément de l'ensemble et aussi la notion d'élément minimal et d'élément maximal. Ainsi, on appelle le supremum d'un ensemble E , le plus petit des majorants appartenant à l'ensemble E et l'infimum de l'ensemble E le plus grand des minorants appartenant à l'ensemble E .

Il faut insister sur le fait qu'une relation d'ordre peut être donnée par : un lien mathématique tel que « ... \leq ... » dans $\mathcal{P}(E)$, par un lien verbal tel que « ... est inférieur ou égal à ... » définie dans \mathbb{Z} ou par un diagramme.

Considérons $E = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ un ensemble ordonné à l'aide du diagramme suivant :



Prenons $A = \{d, e, f\}$ une partie de E .

- Les majorants de A sont : a, b, c, d , et d est le supremum de A ;
- Le minorant de A est : h .

$h = \infimum$ de A mais h n'est pas petit élément de l'ensemble A car $h \in A$.

- g et h sont les deux éléments minimaux de E ;
- a et c sont les deux éléments maximaux de E .

En sociologie, les groupes sociologiques quels qu'ils soient sont hiérarchisés, c'est-à-dire soumis à un ordre bien défini. C'est pourquoi, dans plusieurs sociétés africaines, on prône le respect des aînés. L'ordre peut être établi naturellement comme le droit d'aînesse ou il peut être établi par les us, les coutumes ou encore par les règles établies par la communauté. C'est ainsi qu'il est fréquent de retrouver un organigramme préétabli qui donne la hiérarchisation de la communauté. On peut avoir par exemple :

(Voir diagramme sur la page suivante)

De même, la relation d'équivalence ou une équivalence est une relation qui est à la fois réflexive symétrique et transitive.

L'important est que cette relation permet d'établir une partition de l'ensemble sur lequel elle est définie. Les classes ainsi créées remplissent les conditions suivantes :

- a) Aucune classe n'est vide : $cl(x) \neq \emptyset$
- b) les classes sont disjointes deux à deux : $cl(x) \cap cl(y) = \emptyset$
- c) La réunion des toutes les classes donne l'ensemble donné.

En sociologie, il y a lieu de constater que plusieurs relations répondent aux critères d'une relation d'équivalence. Il suffit de considérer par exemple dans un clan, la relation « ...est de la même génération que... ».

Cette relation est une illustration d'une relation d'équivalence car, elle est **réflexive** du fait que tout individu appartient à une génération donnée. Ensuite, si l'individu x appartient à la même génération que y , automatiquement y est de la même génération que x . D'où, la propriété mathématique dite **symétrie**.

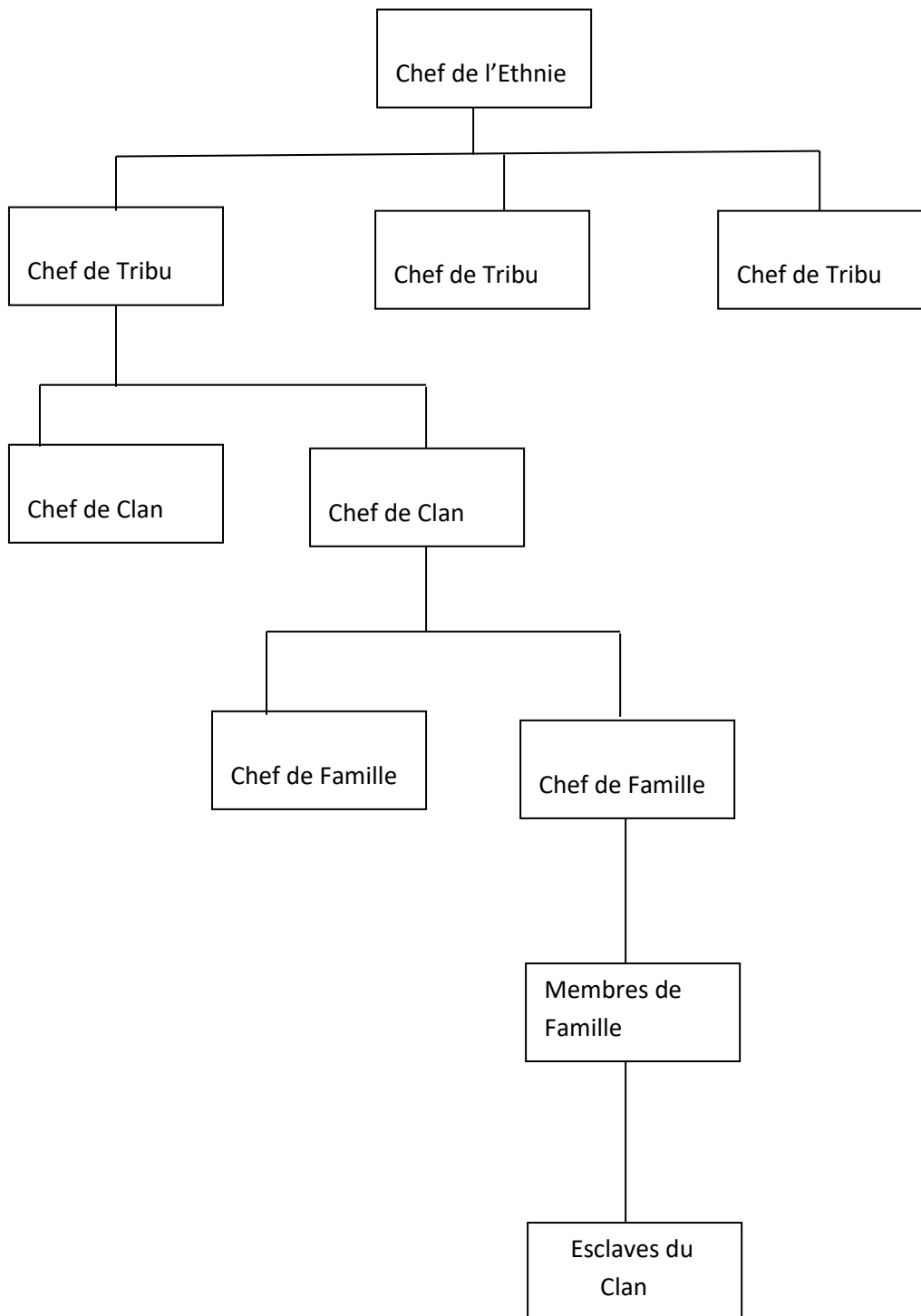


fig. 28

De même, la **transitivité** se manifeste du fait que si l'individu x est de la même génération que y et y est de la même génération que z alors, l'individu x est de la même génération que z . Cette relation divise un clan en classes formées d'individus de même génération.

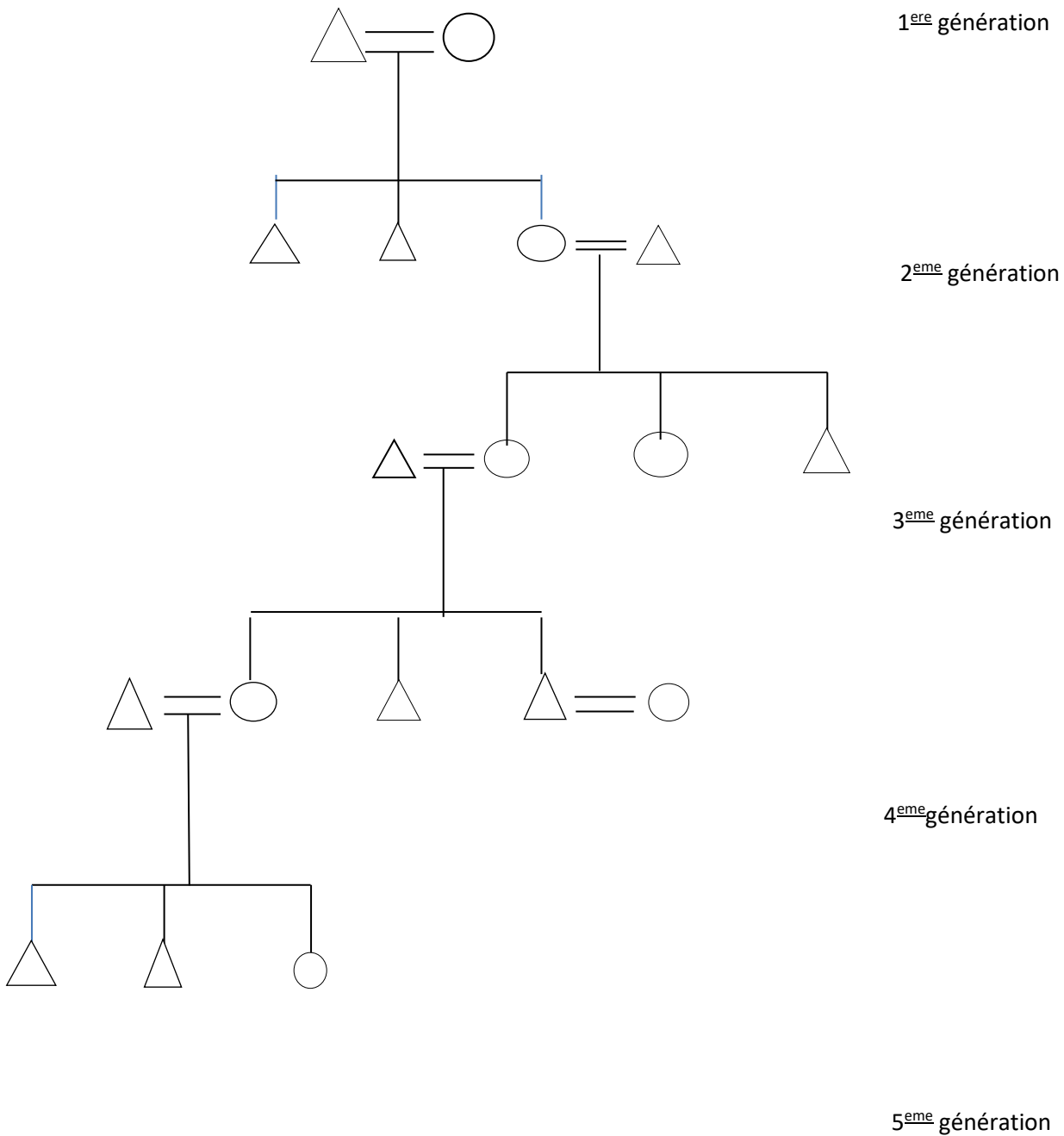


fig. 29

CONCLUSION

Pour terminer, il y a lieu de constater que les notions des mathématiques nous accompagnent dans la vie quotidienne. Notre environnement le plus restreint regorge des structures, des relations ou encore des modèles qui sont isomorphes aux structures, aux relations et

aux modèles mathématiques. Toutefois, il faut une observation attentive pour arriver à les concilier. Dans cet article, nous avons essayé d'expliquer certains éléments de la sociologie africaine en faisant recours aux éléments mathématiques.

BIBLIOGRAPHIE

1. Albert MULUMA MUNANGA, sociologie générale et africaine : les sciences sociales et les mutations des sociétés africaines, l'Harmattan 2008.
2. Emile DURKHEIM, les règles de la méthode sociologique, Ed Presse universitaire de France, réédition, Paris 1995.
3. Jean Delcourt, Théories des groupes, Dunod, 2^{ème} édition, 1990.
4. KAYABALA MWAMBA, cours de sociologie générale, G₁ HSS, ISP/L'SHI, 2001-2002.
5. MULUMBATI NGASHA, manuel de sociologie générale, Ed AFRICA, Avril 2010.
6. NKONDJO, cours de sociologie générale, TCA, ENF, KIN, 2008-2009, inédit.

**EVOLUTION DES CAPACITES PHYSIQUES DES
ETUDIANTS FINALISTES DU DEPARTEMENT
D'EDUCATION PHYSIQUE ET GESTION SPORTIVE
DE L'UNIVERSITE PEDAGOGIQUE NATIONALE
DE 2011 A 2013**

(Etude réalisée sur quelques étudiants finalistes du premier cycle)

KALENGA M⁽¹⁾. MELCHADETAU A ⁽¹⁾.

RESUME

Contexte: Une étude longitudinale portant sur l'évolution des capacités physiques des étudiants finalistes de l'UPN n'a jamais fait l'objet d'une étude spécifique en RDC.

Objectifs : Apprécier l'évolution des capacités physiques des étudiants finalistes du département d'Education Physique et Gestion Sportive de l'UPN pendant 2 ans.

Méthodes : Notre recherche est de type longitudinal. Nous avons fait une expérimentation qui a duré deux(2) ans soit de 2011 à 2013. 4 étudiants de G₃ ont été retenus au début de notre recherche (au mois de juin 2011), auxquels nous avons administrés les mesures et tests suivants : Taille (T) et Poids (P) (pour apprécier leur Indice de Masse Corporelle(IMC) ; Saut en Longueur Sans Elan (SLSE) ; Saut Vertical Sans Elan (SVSE) ; Sprint sur 30m (S.30m) ; Souplesse des Jambes (SJ) ; Souplesse des Epaules (SE) ; Flexion et Extension Membres Supérieurs (FEMS) ;

(1) Assistant à l'Université Pédagogique Nationale de Kinshasa

Flexion et Extension Tronc (FETr) ; Course des Navettes 10×5 m (CN) ; Step Test (ST) qui nous permettra de calculer l'Indice de Récupération (IR). Après ce prélèvement ils seront soumis pendant 2 années académiques à un programme académique des cours pratiques organisés au sein de leur département. A la fin de la seconde année, un autre prélèvement des mesure sera fait afin d'apprécier l'évolution de leurs capacités.

Résultats : Après 2 ans, nous avons observé une amélioration des quelques capacités dont la force explosive (SLSE : 223cm vs 252cm), la souplesse des jambes (14cm vs 27,4cm), et à l'endurance musculaire (42,8 vs 52,6) tandis qu'aucune performance n'a été observée au SVSE, à la souplesse des épaules, à l'endurance abdominale, à la vitesse et à la récupération.

Conclusion : Le contenu du programme des cours pratiques du département d'Education Physique de l'UPN doit être revisité en vue d'amener les étudiants à améliorer progressivement leurs capacités physiques au fil des promotions.

Mots clés : Capacités physiques ; Université Pédagogique Nationale ; Département d'Education Physique et Gestion Sportive.

SUMMARY

Context: The evolution of physicals capacities of physicals educations students department of Pedagogic University National of Kinshasa (D.R.Congo) does not been studied.

Objectives: To appreciate the evolution of physicals capacities of physicals educations high students of department of

Pedagogic University National of Kinshasa (D.R.Congo) two years ago.

Methods: The longitudinal study was conducted in Kinshasa (D.R.Congo). It concerned 4 students of the third graduate on june 2011 witch one we have preleved some measures from BMI, and some tests of physicals capacities. They have been submitted to a normal school program during 2 years. On june 2013, they was at second license, the same measures and tests whose again preleved to that students to appreciate physicals capacities evolution.

Results: After experimentation, we have observed a significantly increase of vertical jump, legs sapless and tonificate of hams. Out of those physicals capacities, the outer does not changed two years ago.

Conclusion: The program of practices courses of physicals educations department of Pedagogic University National of Kinshasa (D.R.Congo) must change because it not good.

Words: Physicals capacities; Pedagogic University National; Education Physical department.

1. INTRODUCTION

Le développement du sport congolais est indissociable de celui du cours d'Education Physique ; Ce dernier étant la discipline choisie par le législateur pour donner aux élèves le goût du sport. Ainsi, parmi les institutions en charge de la formation des formateurs des élèves en la matière, existe l'UPN, à travers son département d'éducation physique et gestion sportive, avec comme mission principale la formation des éducateurs physiques capables d'assurer les enseignements spécifiques d'EPS dans les écoles, de gérer le sport national et d'encadrer à tous les niveaux, les sportifs congolais.

Ces cadres sont notamment appelés à stimuler les élèves à la pratique des Activités Physiques et Sportives (APS) d'une part, et d'autre part d'être en même temps d'assurer une administration sportive digne de soi en vue d'une gestion efficiente et efficace de celui-ci.

Etant enseignants au département d'Education Physique de l'UPN, nous avons constaté que les étudiants actuels du département ne sont plus bons aux cours pratiques. Cette situation serait-elle due au mauvais contenu dispensé par les enseignants des cours pratiques ? Il y a-t-il une évolution des capacités physiques de ces étudiants prépondérante aux promotions ? Les étudiants finalistes de G₃ (2010-2011), deux ans plus tard, étudiants en L₂ (2012-2013), seront-ils capables d'améliorer leurs capacités physiques de base ?

Notre recherche s'assigne comme objectif d'apprécier l'évolution des capacités physiques des étudiants finalistes du département d'Education Physique et Gestion Sportive de l'UPN, R.D. Congo, de graduat en licence afin de déterminer :

- Le degré de compétences d'un niveau par rapport à l'autre ;
- La cohérence de la formation actuellement suivie par les étudiants finalistes du département d'Education Physique et Gestion Sportive de l'UPN.

La présente étude a l'ambition de faire un diagnostic de la formation suivie par les étudiants finalistes de Graduat et de Licence du département d'Education Physique et Gestion Sportive de l'UPN. Les indicateurs éducatifs relevés dans cette étude permettant aux opérateurs éducatifs de maintenir ou d'apporter quelques modifications relativement aux apprentissages et partant au volume horaire et à l'intensité des enseignements.

2. MATERIEL ET METHODES

Notre recherche est de type longitudinal. Nous avons fait une expérimentation qui a duré deux(2) ans soit de 2011 à 2013. Les

départements traditionnels de l'UPN connaissant une déperdition d'étudiants, celui d'Education Physique et Gestion Sportive de l'UPN n'est pas épargné par cette déperdition. Ainsi, ce département avait en 2010-2011 un effectif de 24 étudiants dont : 4 en G_1 ; 7 en G_2 ; 7 en G_3 ; 2 en L_1 ; 4 en L_2 . Nous avons retenu au début de notre recherche (au mois de juin 2011), 5 étudiants de G_3 auxquels nous avons administrés les mesures et tests suivants : Taille (T) et Poids (P) (pour apprécier leur Indice de Masse Corporelle(IMC) ; Saut en Longueur Sans Elan (SLSE) ; Saut Vertical Sans Elan (SVSE) ; Sprint sur 30m (S.30m) ; Souplesse des Jambes (SJ) ; Souplesse des Epaules (SE) ; Flexion et Extension Membres Supérieurs (FEMS) ; Flexion et Extension Tronc (FETr) ; Course des Navettes 10×5 m (CN) ; Step Test (ST) qui nous permettra de calculer l'Indice de Récupération (IR). Commencé à 5, notre échantillon a connu une déperdition de 20% car à la fin de l'année académique 2012-2013, la deuxième licence a eu un effectif de 4 étudiants. Ces mesures et tests ont été administrés à nos sujets au mois de Juin 2011(fin de l'année académique 2010-2012), au mois de Juin 2012 (fin de l'année académique 2012-2013) et au mois de Juin 2013(fin de l'année académique 2012-2013). Les variables indépendantes de notre étude étaient les cours pratiques dispensés dans ce département : Volley-ball ; Gymnastique ; Handball ; Athlétisme ; Basket-ball ; Football et Natation. Les variables dépendantes de notre recherche étaient les capacités physiques suivantes des finalistes : la détente ; la force explosive ; la vitesse (vélocité) ; la souplesse ; la puissance musculaire ; l'endurance abdominale et la récupération.

Pour l'analyse statistique des résultats, nous avons eu recours aux paramètres : de tendance centrale (moyenne) ; de dispersion (écart-type) et statistiques (t de Student et l'analyse des variances(ANOVA)). La décision statistique était prise au seuil P.0,5 le logiciel utilisé était le SPS.

RESULTATS

Nous présenterons d'abord les résultats des mesures somatiques, par la suite interviendra celles des tests moteurs. Ces résultats seront présentés sous forme de moyenne (X) plus ou moins (\pm) écart-type (SD).

Tableau 1 : Variation des valeurs anthropométriques des finalistes

	J.2011	J.2012	J.2013	P
T (cm)	170,2 \pm 5,3	170, 2 \pm 5,2	170,1 \pm 5,4	NS
P (kg)	66,9 \pm 3,4	69,8 \pm 4,4	69,6 \pm 2,3	NS
IMC (kg/m ²)	22,2 \pm 1,4	24,4 \pm 1,1	24,2 \pm 2,1	NS

J.2011 : Juin 2011 ; J.2012 : Juin 2012 ; J.2013 : J.2013 ; T : Taille ; P : Poids ; IMC : Indice de Masse Corporelle ; NS : Non Significatif

Au regard des résultats présentés dans le tableau 1, il ne ressort aucune différence significative entre la taille, le poids et l'IMC des étudiants finalistes aussi bien en juin 2011, juin 2012 que juin 2013.

Tableau 2 : Variation des valeurs de la force explosive des finalistes

	J.2011	J.2012	J.2013	P
SLSE (cm)	220 \pm 11,2	223 \pm 20,2	252 \pm 17,5	<0,05
SVSE (cm)	40,2 \pm 1,6	38,6 \pm 2,7	39,8 \pm 1,9	NS

J.2011 : Juin 2011 ; J.2012 : Juin 2012 ; J.2013 : J.2013 ; SLSE : Saut en Longueur Sans Elan ; SVSE : Saut Vertical Sans Elan ; NS : Non Significatif

Les données de ce tableau rapportent une évolution significative de la force explosive, ici traduite par la détente horizontale(SLSE) ($p < 0,05$) tandis que la détente verticale(SVSE) n'a pas évoluée.

Tableau 3 : Variation des valeurs de la souplesse des finalistes

	J.2011	J.2012	J.2013	P
SJ (cm)	14±1,5	16,5±2,7	27,4±1,3	<0,05
SE (cm)	52,4±5,7	50,8±3,9	51,8±0,9	NS

J.2011 : Juin 2011 ; J.2012 : Juin 2012 ; J.2013 : J.2013 ; SJ : Souplesse des Jambes; SE : Souplesse des Epaules ; NS : Non Significatif

Les résultats obtenus dans le tableau 3 montrent que les étudiants finalistes du département d'éducation physique de l'UPN auraient amélioré leur souplesse des jambes en deuxième licence en 2013 alors que la souplesse de leurs épaules n'a pas subi des modifications.

Tableau 4 : Variation des valeurs de l'endurance musculaire des finalistes

	J.2011	J.2012	J.2013	P
FEMS	42,8±2,5	47,5±5,1	52,6±0,3	<0,05
FETr	38,4±5,7	38,4±3,9	35,8±0,9	NS

J.2011 : Juin 2011 ; J.2012 : Juin 2012 ; J.2013 : J.2013 ; FEMS : Flexion et Extension Membres Supérieurs ; FETr : Flexion et Extension Tronc ; NS : Non Significatif

Au terme de deux années académiques de pratique d'éducation physique, une amélioration de l'endurance des membres inférieurs a

été observée ($p < 0,05$) à la fin de la deuxième année de licence tandis que l'endurance abdominale de ces sujet ne s'est pas améliorée.

Tableau 5: Variation des valeurs de la vitesse des finalistes

	J.2011	J.2012	J.2013	P
S.30m	4,67"±0,5	4,75"±0,7	4,88"±1,3	NS
CN	2,12'±5,7	2,08'±3,9	1,58'±0,9	NS

J.2011 : Juin 2011 ; J.2012 : Juin 2012 ; J.2013 : J.2013 ; S.30m : Sprint sur 30m ; CN : Course des navettes ; NS : Non Significatif

Les résultats présentés dans le tableau 5 renseignent qu'aucune amélioration de la vitesse n'a été enregistrée après deux ans de programme du cours d'EPS.

Tableau 6 : Variation des valeurs de l'Indice de Récupération (IR) des finalistes

	J.2011	J.2012	J.2013	P
P ₀	80±8,5	76,2±2,7	76,8±2,7	NS
P ₁	117,6±5,7	99,8±3,9	116,8±0,9	NS
P ₂	94,4±11,3	87,2±5,9	97,6±4,8	NS
IR	9,2±1,3	6,9±0,7	9,1±0,3	NS

J.2011 : Juin 2011 ; J.2012 : Juin 2012 ; J.2013 : J.2013 ; P₀ : Pulsations au repos ; P₁ : Pulsations après l'effort ; P₂ : Pulsations après une minute de récupération ; NS : Non Significatif

Au vu des résultats présentés dans le tableau ci-dessus, l'Indice de Récupération (IR) des sujets finalistes n'a pas évolué deux ans après.

DISCUSSION

L'objectif de notre étude était d'apprécier l'évolution des capacités physiques des étudiants finalistes du département d'Education Physique et Gestion Sportive de l'UPN, R.D. Congo, de graduat en licence afin de déterminer le degré de compétences d'un niveau par rapport à l'autre ainsi que la cohérence de la formation actuellement suivie par les étudiants finalistes du département d'Education Physique et Gestion Sportive de l'UPN. La faiblesse de l'échantillon constitue certes une limite de l'étude. De plus, le manque d'appareillage nécessaire pouvant nous aider à faire des tests notamment ceux de laboratoire dont l'importance n'est plus à démontrer a constitué aussi une autre limite de la présente étude. Aussi, les moments des vacances constituent aussi une faiblesse de notre étude car pendant les vacances, les étudiants ont tendance à se reposer et à ne pas travailler physiquement ce qui peut entraîner un dépôt adipeux en même de réduire les capacités motrices d'un sujet. Cependant, la puissance de ce travail réside du fait d'avoir retenu des tests pouvant évaluer les principales capacités d'un sujet susceptible de déterminer à la limite son aptitude physique. Il s'agit de la force explosive, la souplesse, l'endurance, la vitesse et la récupération.

Le tableau 1 montre que les finalistes de L₂ n'ont pas changé d'état nutritionnel de G₃ en L₂ soit 22,2 vs 24,2. L'Organisation Mondiale de la Santé a défini en 1997 l'IMC comme étant le standard pour évaluer les risques liés au surpoids chez l'adulte. Elle a également défini des intervalles standards (maigreur, indice normal, surpoids, obésité) en se basant sur la relation constatée statistiquement entre l'IMC et le taux de mortalité [1].

Une performance des finalistes est notée en L₂ au saut en longueur sans élan par rapport à leurs scores de G₃ (223cm vs 252cm). Cette situation serait due au développement de la masse de ceux-ci, ainsi qu'aux activités qu'ils ont eu à pratiquer pendant les deux dernières

années qui du reste ont entraîné un effet positif sur les muscles des membres inférieurs laissant supposer un accroissement de la masse musculaire susceptible de produire une plus grande force explosive lors d'une telle épreuve. Ayant ajouté 2 ans à leur vie, Fricker [2] note une croissance importante de la puissance musculaire anaérobie au fil des ans. Du point de vue biomécanique, le progrès sont la conséquence directe des deux facteurs. Le premier est l'augmentation de la longueur des bras de levier que sont les membres inférieurs, le second facteur est l'augmentation de la puissance des groupes musculaires. Des nombreux auteurs dont Archambaud MP et Bray G.A. [3,4] ont mis en évidence l'augmentation de la force musculaire des membres inférieurs et une augmentation de la force entre 20 et 25 ans. Ces auteurs notent également une très bonne corrélation entre la puissance et l'explosivité des quadriceps et cette augmentation de la puissance développée est liée à celle de la masse maigre. Il ressort qu'à la fin de la L₂, les finalistes ont fait une stabilité de la détente verticale et de la souplesse des épaules telles que l'indiquent les tableaux 2 et 3. En effet, il est incompréhensible qu'après deux années supplémentaires de pratique que ces capacités ne connaissent pas de performance synonyme de mobilité articulaire, la souplesse étant considérée comme « la capacité d'accomplir des gestes avec la plus grande amplitude, que ce soit de façon active ou passive ». D'après la classification de Manno R. [5], la souplesse est une capacité intermédiaire car ses facteurs limitants sont à la fois de nature anatomique et neurophysiologique (régulative).

Quant à l'endurance musculaire des membres, une différence notable a été remarquée en deuxième licence à celle des membres supérieurs. Cette situation serait due à l'acquisition d'une certaine force que ces derniers auraient eu en tonifiant leurs muscles. La force est considérée comme la faculté de vaincre des résistances extérieures ou de s'y opposer grâce à des efforts musculaires.

On distingue selon Pradet M. [6] 3 grandes formes de force : la force vitesse ; la force maximale et l'endurance force. Aucune différence n'a été constatée pour l'endurance de l'abdomen tel qu'indique le tableau 4(38,4 vs 35,8). Il en ressort que nos sujets n'ont pas réussi à tonifier leurs abdominaux. Les quelques kilos qu'ils ont gagné en L₂ (66,9 vs 69,6) seraient à la base de cette contre-performance.

Aucune performance n'a été réalisée aussi à la vitesse (4,67" vs 4,88" et 2,12' vs 1,58') et à la récupération (9,2 vs 9,1). Il convient de noter que la vitesse est une qualité physique composite, voire tentaculaire. Si les fibres rapides et la filière énergétique de la créatine phosphate en sont les supports biologiques, la dimension fonctionnelle de son expression réclame une approche méthodologique à multiples registres mais aux effets ciblés : vitesse de réaction motrice, explosibilité de démarrage et puissance d'accélération, vitesse de contraction et fréquence gestuelle, la tonicité des gainages articulaires, l'élasticité pliométrique et disponibilité segmentaire [7]. Autant d'enjeux pour la préparation physique comme autant de facteurs isolables dans leur traitement, mais interconnectés dans l'expression de la vitesse [8]. Une performance en vitesse est le résultat d'une longue préparation athlétique spécifique or, ces derniers n'étaient pas soumis à un entraînement spécifique mais plutôt à ses séances de cours pratiques académiques afin de les préparer à dispenser le cours d'EPS aux enfants et non devenir des athlètes de compétition.

CONCLUSION

Nos résultats indiquent que nos sujets ont fait des performances en deuxième licence à la détente horizontale, à la souplesse des jambes ainsi qu'à l'endurance des membres supérieurs. Aucune performance n'a par ailleurs été observée deux ans plus tard à la détente verticale, à la souplesse des épaules, à l'endurance de l'abdomen, à la vitesse et à la récupération. Ainsi, une curricula et le cursus de formation de ces

étudiants devraient être revisités en les confrontant aux réalités du terrain.

BIBLIOGRAPHIE

1. **Margaria R, Edwards H, Dill**, *The oxygen debt and role of pacid acid in muscular concentration int. Z. Angewphysiol* 1961; 18: 480-486
2. **Fricker J.** *Très mince, en bonne santé et bien dans sa peau*, Paris éd. Odile Jacob, 2004
3. **Archausband MP, Jacquin P., L'obésité. In: AMNP, Moorcelli D (Eds): Néolisse de l'adolescent collection pour le praticien. Paris: Masson, 1999**
4. **Bray G.A et Popkin B. M.**, *Diatary fat intake does effect obesity: Am. J. Cliss. Nutr*, 1998, 68, 1157-1173
5. **Manno. R.**, *Les bases de l'entrainement sportif*, éditions Revue EPS, Paris, 1989
6. **Pradet M.**, *La préparation physique*, INSEP, Paris, 1996
7. **Saury J.**, *L'entrainement*, édition Revue EPS, Paris, 2004
8. **Craplet C.**, *Physiologie et activité sportive*, éditions Vigot, 1986

CONCORDANCE ENTRE LE RESULTAT ANALYTIQUE ET LE RESULTAT COMPTABLE PAR LA METHODE DE RAPPROCHEMENT EN SYSCOHADA

Par KAKUDJI NGOY DELPHIN ⁽¹⁾

Mots clés : Concordance ; le résultat analytique ; le résultat comptable ; méthode de rapprochement ; Syscohada.

Concordance : Accord qu'on constate entre deux ou plusieurs choses dites ou écrites ;

Le résultat comptable et le résultat analytique sont différents. Le résultat comptable est obtenu par la différence : **produits - charges** de l'exercice alors que **le résultat analytique est obtenu par la différence chiffre d'affaires - coût de revient**. Néanmoins on peut rapprocher les deux résultats. Pour obtenir le résultat analytique à partir du résultat comptable on enlève les malis (c'est-à-dire les charges non incorporées en gestion, les valeurs manquantes sur stocks et les différences d'arrondis) puis on ajoute les bonis les produits (c'est-à-dire charges supplétives, les produits non incorporés, valeur excédentaires sur stocks, et les différences d'arrondis).

Le résultat global analytique n'est pas égal au résultat de la comptabilité générale, il convient donc de déceler les différences d'incorporation qui provoquent cet écart et de procéder au rapprochement des deux résultats. La concordance des deux comptabilités, générale et analytique, est un élément de contrôle. Ce rapprochement consiste, à partir des résultats analytiques, à retrouver le résultat de la comptabilité générale qui est le résultat officiel de l'entreprise.

(1) Assistant à l'Institut Supérieur Pédagogique de Lubumbashi

Les comptes réfléchis peuvent être utilisés pour assurer le contrôle de concordance entre la comptabilité analytique et la comptabilité générale lorsque celles-ci sont tenues de façon autonome.

Pour rapprocher le résultat analytique du résultat de la comptabilité générale, il convient de prendre en charge les éléments supplétifs qui sont des coûts qui ne figurent pas dans les charges par nature de la comptabilité générale: - rémunération des capitaux propres; - salaires de l'entrepreneur individuel ces deux coûts ont tendance à "alourdir" les coûts de production. En revanche, il convient de retrancher les charges hors exploitation des coûts qui doivent refléter une gestion normale.

Résultat analytique :

Le résultat analytique est la différence entre les ventes et le coût de revient. Par conséquent, on ne parle pas d'un seul et unique résultat analytique mais de plusieurs puisqu'on peut calculer différents coûts de revient, pour différents produits ou activités. En fait, le résultat analytique global est identique au résultat de la comptabilité générale. La diversité des résultats analytiques est à l'image des différents focus que permet la comptabilité analytique.

Le résultat financier en entreprise :

Le résultat financier d'une entreprise est la différence entre ses produits financiers et ses charges financières. Le résultat financier met en évidence les choix effectués en matière de financement (activité d'endettement et de placement) et l'impact du mode de financement sur le résultat de l'entreprise

Le résultat exceptionnel : Le résultat exceptionnel est une notion de la comptabilité continentale. Il exprime le résultat réalisé par une entreprise en raison des événements non récurrents qui ont pris naissance au cours de l'exercice considéré. Il ne prend en compte que les produits et charges exceptionnels.

Le résultat comptable : Différence entre les produits et les charges d'une société au cours d'une période donnée (exercice). Au niveau comptable, il existe différents types de résultats :

- Le résultat d'exploitation, dégagé par l'activité de l'entreprise, - Le résultat financier, dégagé par les opérations financières (Intérêts reçus/payés),

- **Le résultat exceptionnel** (cession d'immobilisations, etc...) Ces trois résultats forment le résultat net comptable avant impôt (RCAI). Une fois l'impôt comptabilisé (calculé sur le RCAI), on obtient le résultat « réel », le résultat après Impôt, le résultat net comptable. Attention : L'impôt sur les sociétés est calculé sur le résultat fiscal et non le RCAI.

Méthode de rapprochement bancaire: Le rapprochement bancaire permet de suivre l'exhaustivité des factures, des règlements, la trésorerie. Il permet aussi de contrôler les opérations et d'enregistrer les écritures comptables y afférents. Cette tâche consiste à comparer les sommes inscrites dans les journaux comptables avec celles portées sur les extraits bancaires et relevés de compte. En effet, pour plusieurs raisons (quelques-unes sont répertoriées ci-dessous), le pointage fait généralement apparaître un écart qui sera amené à être justifié dans le document de rapprochement bancaire. Au minimum, un rapprochement bancaire est réalisé mensuellement pour chaque compte en banque.

Syscohada : système comptable pour l'organisation pour l'harmonisation de droit des affaires en Afrique

Objectif : Le présent article a un caractère **pédagogique**. Il est destiné d'abord aux enseignants du cours de comptabilité générale et ceux de la comptabilité analytique et en suite aux étudiants et chercheurs dans

le domaine de gestion ; les élèves finalistes de commerciales ainsi qu'aux praticiens de la comptabilité.

Leurs montrer qu'il y a moyen de faire le rapprochement entre les deux comptabilités c'est-à-dire la comptabilité de gestion ou analytique et la comptabilité financière ou générale enfin d'obtenir le même résultat.

Selon **Jean Pierre Levé**, la comptabilité générale est un « système d'organisation et de l'information permettant l'établissement des états de synthèse en conformité avec les dispositions du droit comptable ». ²Et il définit « la comptabilité analytique comme un mode gestion, de traitement des données dont les objectifs essentiels peuvent être classés en deux principales catégories :

- a) « La recherche des coûts ;
- b) L'approche prévisionnelle de l'exploitation et la mesure des performances de l'entreprise ».

La comptabilité se décline de trois manières :

COMPTABILITE GENERALE

Mémoire de l'entreprise, elle renseigne sur la composition et la valeur du patrimoine ; elle fournit les éléments de base du calcul des impôts et des cotisations, justifiant l'harmonisation et la normalisation de ses méthodes.



COMPTABILITE ANALYTIQUE

Elle est l'outil qui permet à l'exploitant de connaître les couts et

² Jean-Pierre Levené, Gestion Comptable : analyser coûts et budgets, édition Foucher, paris 1998

de mesurer la rentabilité des différents secteurs d'activité de l'entreprise.



COMPTABILITE PREVISIONNELLE

Elle permet de chiffrer les programmes envisagés, d'apprécier leur faisabilité et, a posteriori, d'expliquer les écarts entre réalisations et prévisions.

A.

NOTIONS DE CHARGE DIRECTE ET DE CHARGE INDIRECTE

Les charges de la comptabilité de gestion tenue en coût complet sont de deux catégories :

- Les charges directes :

Elles peuvent être affectées sans ambiguïté (donc directement) à un coût bien précis.

Exemple : La valeur de la matière première utilisée pour fabriquer un objet rentre sans problème dans le coût de cet objet.

- Les charges indirectes :

Telles que : chauffage, éclairage, entretien, énergie, qui ne peuvent être imputées aux divers coûts qu'après un traitement (un calcul) préalable.

Principe

L'objectif est de rapprocher le résultat de la comptabilité de gestion avec le résultat de la comptabilité financière afin de vérifier l'exactitude de ces deux résultats et par conséquent la qualité des traitements réalisés. En comptabilité financière, le résultat global de l'exercice (bénéfice ou perte) est calculé par différence entre les produits et les charges classés par nature (exploitation, financier, exceptionnel).

Résultat de l'exercice = Produits – Charges

En comptabilité de gestion, les résultats par produit ou par marchandise ou par prestation de service sont obtenus en retranchant du chiffre d'affaires (prix de vente) réalisé le coût de revient correspondant aux quantités vendues.

Résultat de gestion ou analytique par produit ou marchandise ou prestation = Chiffre d'affaires – Coût de revient

Le résultat de la comptabilité de gestion devrait donc, en principe, être égal à la somme des résultats analytiques partiels, obtenus pour tous les produits ou toutes les marchandises ou toutes les prestations.

Résultat de la comptabilité de gestion = Somme des résultats analytiques

Cependant, des « Différences de Traitements Comptables (DTC) » spécifiques à la comptabilité de gestion sont intervenues dans les calculs des résultats.

Par conséquent, pour rapprocher les résultats des deux comptabilités, il est nécessaire d'effectuer certains ajustements ou d'apporter certains correctifs.

Après ces ajustements, les deux résultats doivent être identiques.

Résultat de la comptabilité de gestion = Résultat de la comptabilité financière

- En suite les charges traitées en comptabilité de gestion et incorporées dans les coûts ont deux origines à savoir : les charges de la comptabilité générale et les éléments de coûts hors comptabilité générale.

Les charges de la comptabilité générale

Avant leur incorporation dans les coûts les charges de la comptabilité générale subissent des retraitements (élimination des montants de certaines charges). Ces retraitements entraînent des différences entre les résultats constatés en comptabilité générale et ceux calculés en comptabilité de gestion. Il s'agit de différences d'incorporation qu'il est nécessaire **d'identifier, d'évaluer, d'expliquer pour vérifier** l'exactitude du calcul des coûts et les concordances des résultats.

.Les charges incorporables et non incorporables :

***Les charges incorporables :** Sont des charges qui se rapportent à l'activité normale et courante de l'entreprise d'une part et à la période de calcul des coûts d'autre part. Elles peuvent être régulièrement intégrés dans les coûts et coûts de revient des biens économiques produits et vendus.

*** Les charges non incorporable :** (97.1) ce sont des charges qui ont un caractère exceptionnel et / ou qui ne se rapportent pas à l'activité normale et courante de l'entreprise. De ce fait elles ne peuvent être intégrées dans les coûts d'exploitation ce sont des charges non liées à l'exploitation normale de l'entreprise ou ne se rapportent pas à la période de calcul des coûts

DIFFERENCES DE TRAITEMENTS COMPTABLES.

Les charges supplétives :

* **Les charges supplémentaire ou éléments supplétifs (97.2)** : sont des consommations de facteurs de production qui, bien que non reconnues comme éléments de charges pour des raisons juridiques et fiscales et par conséquent non saisie en comptabilité générale peuvent être prises en compte en comptabilité analytique en vue de leur intégration dans les coûts des biens et services produits et vendus par l'agent économique.

Exemples :

- Rémunération de l'entrepreneur,
- Rémunération des capitaux investis.

Elles sont fictives ou théoriques car elles n'existent pas en comptabilité financière.

Or, en comptabilité de gestion, elles ont été ajoutées aux charges indirectes en provenance de la comptabilité financière.

Elles ont majoré le montant des charges et ont donc diminué le résultat analytique.

– Calcul et analyse des coûts – Rapprochement des résultats de la comptabilité financière et de la comptabilité de gestion –

=> Ajustement ou correctif à réaliser : à ajouter au résultat analytique.

Les charges non incorporées.

Exemples :

- Charges exceptionnelles,
- Certaines dotations.

Elles existent réellement en comptabilité financière. Cependant, elles n'ont pas été comprises dans les coûts de la comptabilité de gestion.

L'absence de prise en considération de leur montant dans les calculs des coûts, a entraîné une majoration du résultat analytique.

=> Ajustement à réaliser à déduire du résultat analytique.

Les produits non incorporés.

Exemples :

- Produits exceptionnels,
- Certaines reprises.

Ils existent réellement en comptabilité financière mais n'ont pas été pris en compte dans les calculs conduisant au résultat analytique.

=> Ajustement à réaliser à ajouter au résultat analytique.

Les différences d'inventaire sur stocks.

Après réalisation de l'inventaire réel ou physique du stock et comparaison avec le stock théorique (ou informatique) évalué par les services comptables ou de gestion, des écarts peuvent apparaître, de natures différentes :

- des manquants lorsque : stock réel < stock théorique

=> Ajustement à réaliser à déduire du résultat analytique.

- des excédents lorsque : stock réel > stock théorique

=> Ajustement à réaliser à ajouter au résultat analytique.

Les arrondis lors des calculs des Coûts d'Unité d'œuvre.

Lors des calculs effectués au niveau des tableaux de répartition des charges indirectes, pour simplification, les résultats intermédiaires ou les Coûts ont parfois été arrondis par excès ou par défaut. Il s'agit de différences sur coûts ou sur taux de cession :

- Arrondis par défaut, ce sont donc des « frais résiduels» Ils ont diminué le montant des charges et ont donc augmenté le résultat analytique.

=> Ajustement à réaliser : à ajouter du résultat analytique.

- Arrondis par excès : Ils ont majoré le montant des charges et ont donc diminué le résultat analytique.

=> Ajustement à réaliser : à ajouter au résultat analytique.

- Calcul et analyse des coûts : Rapprochement des résultats de la comptabilité financière et de la comptabilité de gestion.

Les différences sur les valorisations des sorties de stocks ou différences d'incorporation.

Pour simplifier les calculs, selon les méthodes de valorisation des stocks, certaines différences peuvent apparaître :

- Différence positive lorsque le coût de sortie du stock $>$ CUMP

=> Ajustement à réaliser : différence à ajouter au résultat.

- Différence négative lorsque : coût le coût de sortie du stock $<$ CUMP

=> Ajustement à réaliser : différence à déduire du résultat.

Les différences sur charges d'usage et sur charges étalées.

Il s'agit de différences éventuelles, sur dotations aux amortissements, dotations aux provisions et sur charges de substitution. Elles ont pu être :

- Excessives, elles ont majoré les charges et ont minoré le résultat :

=> Ajustement à réaliser à ajouter au résultat analytique.

- Insuffisantes, elles ont minoré les charges et majorés le résultat :

=> Ajustement à réaliser : à déduire du résultat analytique

Les charges de la comptabilité générale intégrées en comptabilité de gestion s'intitulent : les incorporables. Elles ne comportent que les charges courantes correspondant aux conditions normales d'exercice de l'activité de l'entreprise. Les charges exceptionnelles, la

participation des salariés, l'impôt sur les sociétés ainsi que certaines dotations (dotations aux amortissements des frais d'établissement,...) sont exclus du calcul des coûts du fait qu'ils sortent du cadre des conditions normales d'exploitation. ³ Ces éléments constituent les charges non incorporables et des différences d'incorporation.

Le retraitement des charges incorporables

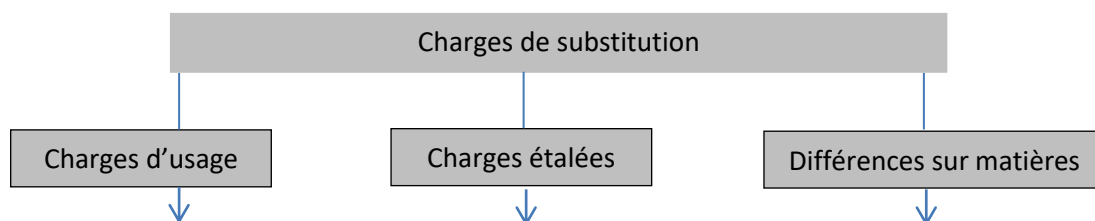
Les charges incorporables peuvent être corrigées pour donner aux coûts une meilleure expression économique ; il s'agit alors de coûts économiques.

Les charges de substitution

Certaines charges incorporables sont calculées selon des critères juridiques ou fiscaux (dotation aux amortissements, dotations aux provisions, ...). Il convient de corriger leur montant pour rapprocher de la réalité économique afin de déterminer des coûts pertinents.

Le principe est de substituer aux charges de la comptabilité générale concernées des charges appelées charges de substitution, dont les montants sont *économiquement justifiés*

On distingue :



Substituées aux charges d'amortissement ; sont :
Calculées sur la valeur usuelle ; incorporées aux coûts ; tant que l'immobilisation reste en service ; la durée d'usage peut être égale à celle prévue dans de l'amortissement.

* substituées aux charges de provisions ;
* elles sont calculées d'après des critères économiquement justifiés définis par l'entreprise.

* substituées à la valeur de sortie des stocks ;
* un coût de référence économiquement justifié remplace la méthode choisie en comptabilité générale.

Différence entre le montant de la charge enregistré en comptabilité et le montant économiquement justifié constitue une différence d'incorporation.

Charges de substitution	-	Charges incorporables de la comptabilité générale	= ±	Différences d'incorporation
-------------------------	---	---	-----	-----------------------------

Charges incorporables de la Comptabilité générale	>	Charges de Substitution	→	Réduction des coûts	→	Différences (-) d'incorporation
Charges incorporables de la Comptabilité générale	<	Charges de Substitution	→	Augmentation des coûts	→	Différences (+) d'incorporation

Exemple

Un matériel acquis en « N » 8000FC est amorti sur cinq ans. La valeur d'usage est estimée à 11000FC pour une durée d'usage de huit ans. Une provision pour risques enregistrée pour 1500FC en comptabilité générale est économiquement justifiée pour 2000FC. Le coût de sortie unitaire d'une matière première est de 19FC. La valeur de remplacement est estimée à 22FC. La quantité concernée est de 1500 unités. *Calculer les différences d'incorporation.*

- Matériel

- ✓ charge comptable : $8000/5 = 1600$
- ✓ charge d'usage : $11000 / 8 = 1375$
- ✓ différence d'incorporation : $1375 - 1600 = -225\text{FC}$

- Provision

- ✓ charge comptable : 1500
- ✓ charge étalée : 2000
- ✓ différence d'incorporation : $2000 - 1500 = +500\text{FC}$

- Matériel

- ✓ charge comptable : $1500 \times 19 = 28500$
- ✓ charge d'usage : $1500 \times 22 = 33000$
- ✓ différence d'incorporation : $28500 - 33000 = -4500\text{FC}$

1) l'abonnement des charges

Se pose également le problème de la *périodicité du calcul* des coûts.

Celle-ci est le plus souvent mensuelle. Or certaines charges sont enregistrées en comptabilité générale trimestriellement ou annuellement.

Il faut donc répartir les charges trimestrielles ou annuelles d'une manière égale sur les mois de l'année.

Cette méthode est appelée méthode de l'abonnement.

Exemple

La prime annuelle d'assurance est de 2400 FC. Le loyer est de 1800 FC par trimestre.

Calculer les couts mensuels.

- Charge mensuelle d'assurance

$$2400.00/12=200.00 \text{ FC}$$

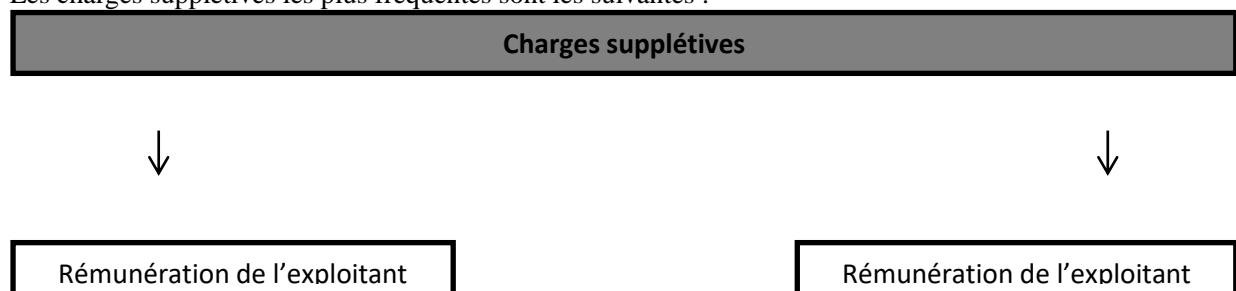
- Charge mensuelle du loyer

$$1800.00/3=600.00 \text{ FC}$$

3. Les charges supplétives

Il s'agit d'éléments de cout qui ne sont pas comptabilisés en charges, en fonction de critères juridiques ou fiscaux, mais qui doivent être incorporés aux coûts.

Les charges supplétives les plus fréquentes sont les suivantes :



Intégration de supplétives dans le calcul des couts permet une comparaison pertinente des indicateurs entre entreprises à structure financière ou statut juridique différents.

Les charges supplétives représentent des différences d'incorporation.

Exemple

Les charges incorporables pour le mois de juin sont de 67000 FC. La rémunération annuelle de l'exploitant est de 12600 FC. Les capitaux propres de 25000 FC sont rémunérés à 12% l'an.

Calculer le montant des éléments supplétifs.

- Rémunération de l'exploitant

$$12600 / 12 = 1050 \text{ FC}$$

- Rémunération des capitaux propres

$$(25000 / 12) 12\% = 250 \text{ FC}$$

- Total des charges mensuelles incorporées

$$67000 + 1300 = 68300 \text{ FC}$$

Exemple2 :

- Rémunération de l'entrepreneur,
- Rémunération des capitaux investis.

Elles sont fictives ou théoriques car elles n'existent pas en comptabilité financière.

Or, en comptabilité de gestion, elles ont été ajoutées aux charges indirectes en provenance de la comptabilité financière.

Elles ont majoré le montant des charges et ont donc diminué le résultat analytique.

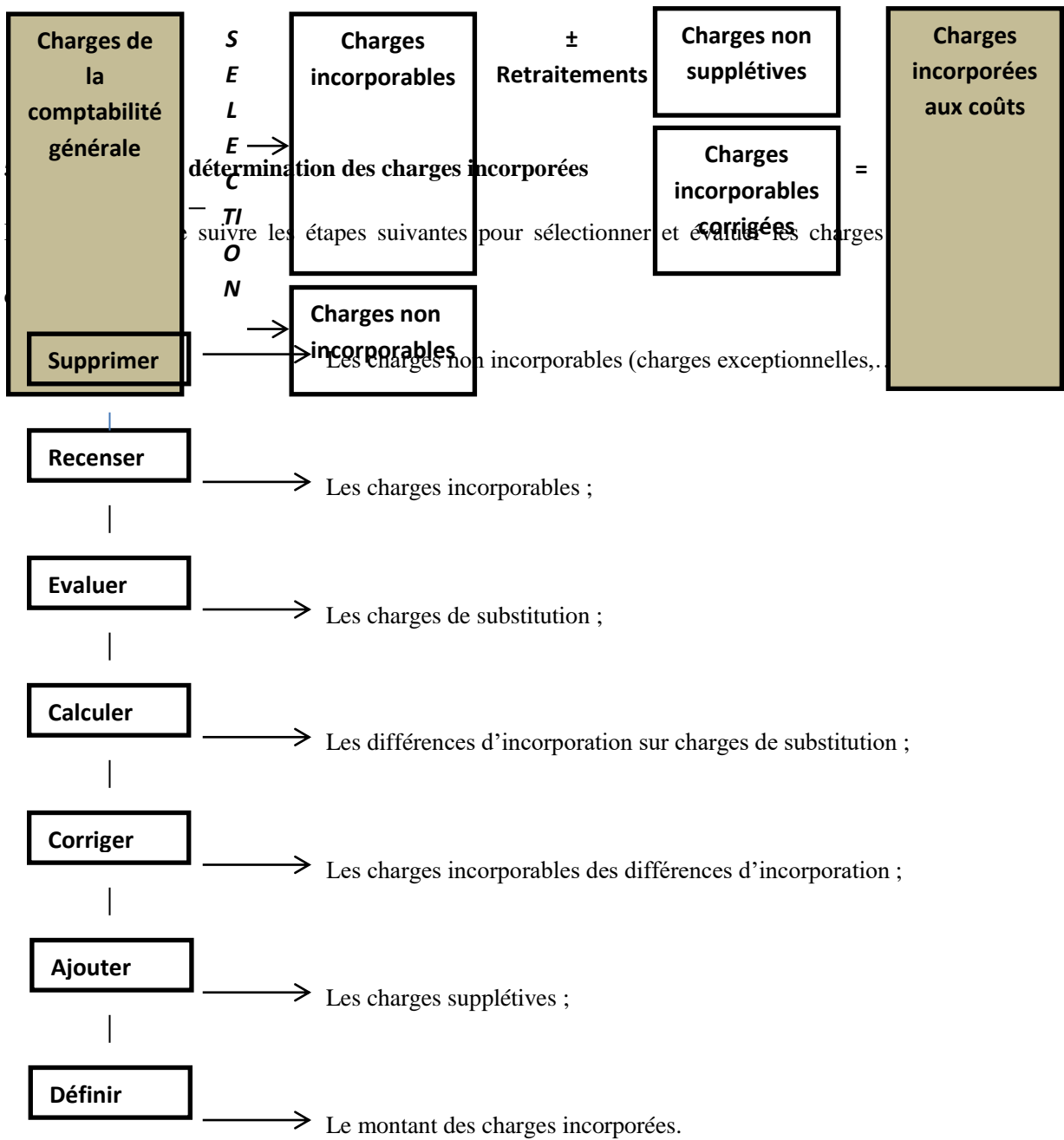
– Calcul et analyse des coûts : Rapprochement des résultats de la comptabilité financière et de la comptabilité de gestion.

=> Ajustement ou correctif à réaliser :

A ajouter au résultat analytique.

4. Schéma récapitulatif

La détermination des charges incorporées aux coûts peut être schématisée comme suit :



L'ensemble de ce travail peut se présenter sous la forme d'un tableau :

Charge par nature		Charges non incorporables	Charges incorporables	Différences d'incorporation sur charges de	Charges supplétives	Charges incorporées
Intitulé	Montant					

				substitution		
	...					
	...					
Totaux						

Exemple

L'entreprise Delphin kakudji a enregistré les charges suivantes au cours du mois de juin :

-achats de matières premières : 1980 FC

-achats non stockés : 630 FC

-autres charges externes : 1842 FC

-charges de personnel : 19800 FC

-autres charges de gestion courante : 320 FC

-charges financière : 1230 FC

-charges exceptionnelles : 582 FC

Fin juin, les renseignements complémentaires suivant vous sont fournis :

* 280 FC d'achats non stockés ne sont pas consommés ;

* les autres charges externes incluent :

- un abonnement annuel de : 180 FC
- la prime d'assurance annuelle de : 420 FC
- le loyer du premier semestre : 900 FC

-une provision pour créance douteuse de 745 FC est injustifiée sur un montant de 1630 FC ;

-les dotations aux amortissements s'élèvent à 9840 FC. Les durées d'usage étant différentes des durées prévues dans le plan d'amortissement, il y a eu de prendre en compte 12432 FC d'amortissement annuel ;

-la rémunération mensuelle de l'exploitant est de 1200 FC ;

-rémunération des capitaux propres : 36000FC à 8% l'an.

Calculer le montant des charges à incorporer dans les coûts pour le premier mois de juin.

Calcul préliminaires

- Achats non stockés

$$630 - 280 = 350 \text{ FC}$$

- Autres charges externes

-abonnement mensuel : $180/12=15$

-assurance mensuelle : $420/12=35$

-loyer : $900/6=150$

-charges non incorporables : $(180-15) + (420-35) + (900-150) = 1300 \text{ FC}$

- provision incorporable

$$1630 - 745 = 885 \text{ FC}$$

- Amortissements

-Constater pour un mois : $9840/12 = 820$

-valeur d'usage : $12432/12 = 1036$

-différence sur charges de substitution : $1036 - 820 = 216 \text{ FC}$.

- Rémunération des capitaux propres

$$(36000 \times 8\%) \cdot 1/12 = 240 \text{ FC}$$

Calcul préliminaires

Charge par nature		Charge s non incorpo rables	Charges incorpora bles	Différences d'incorporati on sur charges de substitution	Charges suppléti ves	Charg es incor porée s
Intitulé	Montant					

Achat de matière première	1980	-	1980	-	-	1980
Achat non stocké	630	280	350	-	-	350
Autres charges externes	1842	1300	542	-	-	542
Charges de personnel	19800	-	19800	-	-	19800
Autres charges de gestion	320	-	320	-	-	320
Dotations aux provisions	1630	745	885	-	-	885
Dotations aux amortissements	9840	8804	820	+216	-	1036
Rémunération de l'exploitant	1200	-	-	-	1200	1200
Rémunération des capitaux	240	-	-	-	240	240
Charges financières	1230	-	1230	-	-	1230

Charges exceptionnelles	582	582	-	-	-	582
Totaux	39294	11711	25927	216	1440	27583

Section2. La concordance entre le résultat analytique et le résultat comptable

1. Principe

Rappelons que la nature et le montant des charges de la comptabilité générale ne sont pas *strictement identiques* à ceux des charges incorporées en comptabilité de gestion (voir Section 1).

Or, il est indispensable de *rapprocher* périodiquement le résultat global analytique avec le résultat de la comptabilité générale afin :

- └─→ De *contrôler* la concordance des deux résultats ;
- De *vérifier* l'exactitude des données de la comptabilité de gestion

La concordance des deux résultats s'obtient en *corrigeant* le résultat global analytique des différences de traitement comptable présentées ci-dessous :

Nature des différences de traitement comptable

- Différences d'incorporation sur matières ;
- Différences d'incorporation sur amortissements et provisions ;
- Différences d'incorporation pour éléments supplétifs ;

- Différences d'incorporation sur autres charges de la comptabilité générale ;
- Différences d'incorporation sur produits de la comptabilité générale ;

Eléments	Incidence sur les coûts de gestion		Incidence sur le résultat analytique		Correction du résultat global analytique
	Diminution	Augmentation	Diminution	Augmentation	
Charges non incorporables	X			X	-
Charges supplétives		X	X		+
Différences d'inventaire :		X	X		+
• Excédant (stock réel > stock théorique)		X	X		+
• Manquant (stock réel < stock théorique)	X			X	-

théorique)		X	X		+
Produit non incorporés					=Résultat de la comptabilité générale
Différence d'arrondis par défaut					
Différence d'arrondis par Excès					
Totaux					

- Différences d'inventaire constaté ;
- Différences sur coût et taux de cession.

Résultat global analytique ± Différences de traitement comptable = Résultat analytique d'exploitation = Résultat de la Comptabilité

2. La méthode de rapprochement

L'objectif est de *retrouver* le résultat de la comptabilité générale en partant du résultat global analytique et en *analysant* l'incidence des différences de traitement comptables sur ce dernier. Les différences de traitement comptable qui ont pour effet de *diminuer* les charges incorporées aux coûts *augmentent* le résultat analytique : il faut donc les *soustraire* à ce dernier pour retourner le résultat comptable.

Les différences de traitement comptable qui ont pour effet de *augmenter* les charges incorporées aux coûts *diminuent* le résultat

analytique : il faut donc les *ajouter* à ce dernier pour retrouver le résultat comptable.

Le tableau ci-dessous résume les différences corrections à apporter :

Commentaires :

L'objectif est de retrouver le résultat de la comptabilité générale en partant du résultat global analytique et en procédant à l'analyse de l'incidence des différences de traitement comptable sur ce dernier. Les différences de traitement comptable ayant pour effet de réduire les charges incorporées aux coûts entraînent un accroissement de la valeur du résultat analytique ; il sied donc de les soustraire de ce dernier pour reconstituer le résultat comptable.

Les différences de traitement comptable qui entraînent une augmentation des charges incorporables aux coûts ont un impact négatif sur le résultat analytique .Dans ce cas, il convient de les intégrer dans ce denier pour reconstituer le résultat comptable.

Exemple1

On extrait de la comptabilité de la société BETOR S.A.R.L., les données suivantes relatives aux activités du premier trimestre 2014 :

- Différences d'inventaires « Matière premières » :
 - Stock réel : 9000FC
 - Stock théorique : 15000FC
- Différences d'inventaires « produits finis »
 - Stock réel : 4500FC

-Stock théorique : 15000FC

* produits exceptionnels (hors activités ordinaires) :8600FC

* Différences d'arrondis par défaut : 785FC

*Dotations hors activités : 18000FC

*Charges supplétives ordinaires : 28000FC

* Résultat analytique sur produit X : Bénéfice 156600FC

* Résultat analytique sur produit Y : perte 24600FC

* Résultat net comptable 144815FC(SC

Travail à faire

Procédez à la vérification de la concordance des résultats réalisés.

ELEMENTS DE CALCUL	AUGMENTATION (+)	DIMINUTION (-)
Résultat analytique global (156600-24600)	132000	-
Dotations non incorporables	-	18000
Charges supplétives	28000	-
Différences d'inventaires	-	6000
-Matières premières : manquant	1000	-
-Produits finis : excédent	-	-
Produits non liés à l'exploitation (hors activités ordinaires)	8600	-
	-	785

Différences d'arrondis par défaut		
TOTAUX	169600	247815
RESULTAT ANALYTIQUE D'EXPLOITATION	144815	

Conclusion :

Il a été constaté que le Résultat analytique d'exploitation est égal au Résultat de la comptabilité générale.

Exemple2

Une entreprise a dégagé, au terme d'un exercice comptable, un résultat analytique de

+ 55000FC pour le produit A et -43000FC le produit B. Le rapprochement entre le résultat analytique global et le résultat net de la comptabilité générale fait apparaître les différences suivantes :

-une libéralité de 12000FC a été accordée ;

Une charge provision

Exemple

L'entreprise DELPHIN KAKUDJI vous fournit les renseignements suivant :

Résultat net comptable : 140 152 FC

Résultat analytique sur produit « A » bénéfice : 136000 FC

Résultat analytique sur produit « B » bénéfice : 14 800 FC

Charges supplétives : 25 000 FC

Dotations non incorporables : 12 000 FC

Différences d'inventaires « matière première » :

-stock réel: 4 700 FC

-Stock théorique: 5 000 FC

Différence d'inventaire « produit finis » :

-stock réel: 15600 FC

-stock théorique : 15000 FC

Produits exceptionnels : 60000 FC

Différence d'arrondi par défaut : 348 FC

Vérifier la concordance des résultats.

Résultat analytique d'exploitation

Elément	+	-
Résultat global analytique (136000- 14800)	121200	
Dotations non incorporables		12000
Charges supplétives	25000	
Différences d'inventaire :		
-matières premières : manquant		300
-produits finis :	600	

excédent		
Produits exceptionnels	6000	

Différence d'arrondi par défaut 348

Totaux : 152800

12648

Résultat analytique d'exploitation 140152

On constate que le résultat analytique d'exploitation est identique au résultat net de la comptabilité générale.

Section 2. DIFFERENCES DE TRAITEMENTS COMPTABLES.

2.1. Les charges supplétives.

Exemples :

- Rémunération de l'entrepreneur,
- Rémunération des capitaux investis.

Elles sont fictives ou théoriques car elles n'existent pas en comptabilité financière.

Or, en comptabilité de gestion, elles ont été ajoutées aux charges indirectes en provenance de la comptabilité financière.

Elles ont majoré le montant des charges et ont donc diminué le résultat analytique.

– Calcul et analyse des coûts – Rapprochement des résultats de la comptabilité financière et de la comptabilité de gestion –

=> Ajustement ou correctif à réaliser :

A ajouter au résultat analytique.

2.2. Les charges non incorporées.

Exemples :

- Charges exceptionnelles,
- Certaines dotations.

Elles existent réellement en comptabilité financière. Cependant, elles n'ont pas été comprises dans les coûts de la comptabilité de gestion.

L'absence de prise en considération de leur montant dans les calculs des coûts, a entraîné une majoration du résultat analytique.

=> Ajustement à réaliser :

A déduire du résultat analytique.

2.3. Les produits non incorporés.

Exemples :

- Produits exceptionnels,
- Certaines reprises.

Ils existent réellement en comptabilité financière mais n'ont pas été pris en compte dans les calculs conduisant au résultat analytique.

=> Ajustement à réaliser :

A ajouter au résultat analytique.

2.4. Les différences d'inventaire sur stocks.

Après réalisation de l'inventaire réel ou physique du stock et comparaison avec le stock théorique (ou informatique) évalué par les services comptables ou de gestion, des écarts peuvent apparaître, de natures différentes :

- des manquants lorsque : stock réel < stock théorique

=> Ajustement à réaliser :

A déduire du résultat analytique.

- des excédents lorsque : stock réel > stock théorique

=> Ajustement à réaliser :

A ajouter au résultat analytique.

2.5. Les arrondis lors des calculs des Coûts d'Unité d'œuvre.

Lors des calculs effectués au niveau des tableaux de répartition des charges indirectes, pour simplification, les résultats intermédiaires ou les CUO ont parfois été arrondis par excès ou par défaut. Il s'agit de différences sur coûts ou sur taux de cession :

- Arrondis par défaut, ce sont donc des « frais résiduels» Ils ont diminué le montant des charges et ont donc augmenté le résultat analytique.

=> Ajustement à réaliser : à déduire du résultat analytique.

- Arrondis par excès : Ils ont majoré le montant des charges et ont donc diminué le résultat analytique.

=> Ajustement à réaliser :

A ajouter au résultat analytique.

– Calcul et analyse des coûts :

2.6. Les différences sur les valorisations des sorties de stocks ou différences d'incorporation.

Pour simplifier les calculs, selon les méthodes de valorisation des stocks, certaines différences peuvent apparaître :

- Différence positive lorsque le coût de sortie du stock > CUMP

=> Ajustement à réaliser : différence à ajouter au résultat.

- Différence négative lorsque : coût le coût de sortie du stock < CUMP

=> Ajustement à réaliser : différence à déduire du résultat.

2.7. Les différences sur charges d'usage et sur charges étalées.

Il s'agit de différences éventuelles, sur dotations aux amortissements, dotations aux provisions et sur charges de substitution. Elles ont pu être :

- Excessives, elles ont majoré les charges et ont minoré le résultat :

=> Ajustement à réaliser à ajouter au résultat analytique.

- Insuffisantes, elles ont minoré les charges et majorés le résultat :

=> Ajustement à réaliser : à déduire du résultat analytique.

Section3. CHRONOLOGIE.

Le rapprochement annuel des deux résultats, celui de la comptabilité de gestion et celui de la comptabilité générale, afin de vérifier leur concordance conduit à présenter :

- Le compte de résultat de l'exercice (ou de la période),
- Le tableau des Différences de Traitements Comptables,
- Le compte de résultat de la comptabilité de gestion de la période.

Rappel :

Résultat de gestion ou analytique = Chiffre d'affaires – Coût de revient

Vérification : Résultat de la comptabilité de gestion = Résultat de la comptabilité financière

4. SYNTHÈSE.

– Calcul et analyse des coûts :

– Rapprochement des résultats de la comptabilité financière et de la comptabilité de gestion

5. APPLICATION.

5.1. Enoncé et travail à faire.

L'entreprise BORELLI fabrique et vend deux produits (A et B).

Vous disposez des informations suivantes :

Résultat net comptable de l'exercice (bénéfice) : 140 152 FC ;

Charges supplétives : 25 000 FC ;

Charges non incorporées : 12 000 FC ;

Différences d'inventaire : - manquants sur stock de matières premières : 300 FC ;

- excédents sur stock de produits finis : 600 FC ;

Produits exceptionnels non incorporés : 6 000 FC ;

Différences d'arrondis par défaut : 348 FC ;

Résultat de gestion ou analytique sur produit A (bénéfice) : 136 000 FC ;

Résultat de gestion ou analytique sur produit B (perte) : 14 800 FC

TRAVAIL A FAIRE :

En utilisant l'annexe ci-après réaliser le rapprochement des deux comptabilités et vérifier les résultats. Tout calcul fait, le résultat de la comptabilité générale s'élève à 140 152 FC => Il y a concordance avec le résultat de la comptabilité de gestion

En résumé le rapprochement consiste à égaliser les deux résultats de la comptabilité générale et de la comptabilité analytique.

BIBLIOGRAPHIE

- ALAZARD C. et SEPARI S., *Contrôle de gestion*, DUNOD, Paris, 2001
- BEATRICE et GRANDGUILLOT F., *Analyse financière*, 15^e édition, GUALINO Editeur, Paris, 2011.
- BEATRICE et GRANDGUILLOT F., *Analyse financière*, 9^e édition, GUALINO Editeur, Paris, 1999.
- BOISVERT H., *Le contrôle de gestion ; vers une pratique renouvelée*, Editions du Renouveau pédagogique, Paris 2001.
- BOUQUIN H., *Comptabilité de gestion*, 3^e édition, Economica, Paris, 2004.
- GOUJET C., RAULET C. Et Christiane RAULET, *Comptabilité de gestion*, 7^e édition, DUNOD, Paris, 2007
- JEAN-PIERRE LEVENE, *Gestion Comptable : analyser coûts et budgets*, édition Foucher, paris 1998
- HORNGREN C., BHIMANI A., DATAR S., FORSTER G. et LANGLOIS G., *Contrôle de gestion et gestion budgétaire*, 2^e édition, PEARSON EDUCATION, Paris, 2003
- KAMGO I., BONLONG J ; et KEUMOE FEADIN J. ; *Système comptable OHADA; Comptabilité des sociétés commerciales, Analyse de la rentabilité et calcul des coûts, Gestion budgétaire*, Editions AUDICO PLUS, Collection ; *Comptabilité pratique et facile*, Douala, 2007.
- KERVILER I., *Le contrôle de gestion à la portée de tous*, 4^e édition-Economica, Paris, 2006.

- KIZONZI MVUTUKIDI, *Comptabilité analytique : Gestion et Développement*, Tome II, Comptabilité-Afrique, Kinshasa, 1994.
- PARIENTE S., *Analyse financière et évaluation d'entreprise*, 2^e édition, PEARSON EDUCATION, Paris, 2009.
- PESQUEUX Y. et LONING H., *Le contrôle de gestion*, 2^e édition, DUNOD, Paris, 2002.

COURS :

¹KAKUDJI NGOIE Delphin cours de comptabilité analytique G2
SCOFI ISS; GFI ; GM et GRH ISES ; G2 SCAD ISP inédit20

REVISITING TRANSLATION METHOD: BILINGUALISM IN THE CLASSROOM

By ILUNGA NGAJI MARCELLIN ⁽¹⁾

Introduction:

There are numerous methods or approaches that have been used by linguists to contribute to the teaching of second or foreign languages all over the world. These methods or approaches were developed at different periods of time in one country or another for specific needs of learners. That is the reason why we can share the same point of view with Quirk et al. (1959:139): “should the approach to language learning always be an oral one, for instance, or should the emphasis be put on reading in the initial stages? It seems obvious that this must depend on circumstances, on the aims of a particular course.” This must be understood in a given way.

This topic reads: **revisiting translation method: bilingualism in the classroom**. Let us look at it by providing definitions to concepts used in it.

Definition of concepts:

Revisiting:

This is the gerund of the verb “to revisit”. Soanes and Hawker (2006:882) define it on twofold:

- Come back to or visit a place again;
- Consider a situation again or from a different perspective.

(1) Assistant de Pratique Professionnelle à l'Institut Supérieur Pédagogique de Lubumbashi

In the forthcoming lines, we will take into account the second definition which gives a possibility to improve the situation. The translation method needs to be reviewed in the teaching-learning context.

Translation:

The two writers define this term as follows:

- The action of translating something.
- A word or written work that is translated into another language.

Soanes and Hawker (2006:1101)

Let us consider the following example from Celce-Murcia's (1979:67-68) experience:

1. Mr. Smith: Excuse me, sir.
2. Mr. Garcia: Como?
3. Mr. Smith: Can you tell me where the Post Office is?
4. Mr. Garcia: My de mi! Lo siento senor, no le entindo.

Maria. Ven aca!

5. Maria: Que quieres, papa?
6. Mr. Garcia: A qui hay un senor que quiere algo.

Parece que no habla espanol. (1)

Here is the translation of the Spanish version:

2. Mr. Garcia: What?
 4. Mr. Garcia: Good gosh! I'm sorry sir, I don't understand you.
- Mary. Come here.

5. Mary: What do you want, daddy?

6. Mr. Garcia: There's a man here who wants something. It seems he doesn't speak Spanish

The individuals involved in this dialogue are not speaking the same language. No objective can be reached, since one, i.e., Mr. Smith is English and the other, Mr. Garcia, is Spanish. There is a need for translating each one's speech for a better understanding and for communicating what each speaker has in his mind.

Method:

A "method" is "a way of teaching a language which is based on systematic principles and procedures" (Richards and Schmidt: 2002:330). This implies an application of views on how a language is best taught and learned in a particular theory of language learning.

Different methods are hereby listed for readers to have an idea:

Grammar- Translation Method

Direct Method

The Audio-Lingual Method

The Cognitive Approach

The Reading Method

The silent Way

The Structuro-Global and Audio-Visual Method

The Communicative Approach

Community Language Learning

The Total Physical Response Method or the Comprehension Approach

Suggestopedia

The Natural Approach

(Cuq and Grucia 2009: 253-264, Freeman 1986: I)

The method which concerns translation is known under the name of Grammar-Translation Method. The following lines give its description.

Grammar-Translation Method

Grammar Translation Method is “a method of teaching a foreign language whereby the rule of grammar in the foreign language is taught along with the vocabulary of that language.” (www.slideshare.net).

Richards and Schmidt (2002:231) define Grammar-Translation Method as: “a method of foreign or second language teaching which makes use of translation and grammar study as the main teaching and learning activities.”

This method was used in the teaching of classical languages, namely Latin and Greek in Europe in the 19th century. French, German and English as modern languages were also taught under the Grammar-Translation Method.

Freeman (1986:9), provides some principles and goals of the method under study:

- An important goal is for pupils to be able to translate each language into another. If students can translate one language into another, they are considered successful language learners.
- Primary skills to be developed are reading and writing.
- Wherever possible, the conjugations and other grammatical paradigms should be committed to memory.

Bilingualism:

Bilingualism has been defined by Mulamba (2012-2013:7) as “the use of at least two languages either by an individual or by the inhabitants of a particular region or nation.

From the word bilingualism, we can extract the term bilingual. The latter is referred to by Weinreich (1953:1) as a technical term meaning “any person who can and does make alternate use of more than one language or dialect.”

Strictly speaking from the analysis of the term, the hypothesis derivable is that the alternate use of more than two languages is “multilingualism” and the persons involved are “multilingual” (adjective) or “multilinguals (nouns), to use Quirk et al.’s (1959:137) expressions.

Classroom:

As it can be understood, a classroom is an environment which allows learning or teaching process to be carried out. Viewed in this way, a classroom is composed of a room, furniture that a teacher and students or learners are supposed to use. Many classrooms constitute a school which is under the leadership of the Head teacher or Headmaster. Generally, schools are structured in such a way that they are ruled by the government through the Ministry of Education. Some other schools can be private. A curriculum is put to the disposal of each school according to streams which are organized. In this case it will be concerned with the English curriculum. In the Democratic Republic of Congo, it is referred to as the National Programme of English. Metropolitan or Consular schools have a particular curriculum. An example in case is the Belgian School.

Pedagogical implications

As to the pedagogical implications for using the Grammar-Translation Method in language teaching, it is worth mentioning that words are taught through bilingual word lists, dictionary study and memorization, as illustrated below from Cartledge and Baly (1965:140) and Silvestre (2013:13).

II. Translate into English :

Les deux hommes qui avaient des vivres en donnèrent au troisième.

Je n'ai pas trouvé de livres anglais chez le libraire.

Pouvez-vous me prêter des disques de musique de danse ?

L'avion pour Lagos part tous les jours à quatre heures et demie.

Marie Sklodowska n'avait pas d'amies à Paris, mais sa sœur y demeurait.

Je vous prêterai de l'argent si je réussie à en gagner.

A chaque pas qu'ils prenaient, les voyageurs se sentaient de plus en plus fatigués.

Il nous faut encore quelques pierres pour achever le mur de notre piscine.

Mr Wilson acheta de l'essence pour sa voiture, mais pas d'huile.

Mon père achète un journal chaque soir en rentrant du bureau.

EXERCISE 2

Find the following words in your directory (remember the words will be in alphabetical order). Write the words in your language.

Handsome

Knife

Coat.....

Strawberry _____

Eraser _____

Daughter _____

Sharpener _____

Paper _____

Flower _____

Doll _____

Camel _____

From these exercises, it can be noticed that this method was a word for word or sentence translation from the second language into the foreign one or vice-versa.

Doff (1988:245) on one hand, suggests that the exercises in the textbook may not be very interesting or may be unsuitable for the class. So, teachers may wish to adapt them to make them suit the needs of the class better. On the other hand, www.slideshare.net website puts its point of view this way:

“Little time is spent dealing with the spoken form of the language. One of the major disadvantages of this method of teaching is that it leaves students frustrated and bored. It also does not allow for the relationship between languages to be understood. To the students, the language merely becomes a bunch of vocabulary words that are strung together.”

Stern (1983:507) recognizes the existences of four language skills that can be deliberately separated as listening, speaking, reading and writing. These may combine along at least two dimensions as receptive and productive skills. The first category comprises listening and reading while the second one comprises speaking and reading.

Language skills should not be treated separately. They need to be integrated. It is during the first stage that we can secure habits of accuracy, that we can train the students to use their ears, that

we can develop their capacities of language learning and rapid assimilation. The consequence is that if we do not do so students will be unaware of the existence of certain foreign sounds and replace them by impossible invitations based on “sounds of his mother tongue” (Palmer:1974). The textbook writer continues mentioning that “if translation (not in itself a bad habit) has been carried to extremes, and if the habit of direct association has been neglected , the student will have formed the habit of translating mentality everything that he hears or reads, and this will be fatal to subsequent progress. (Palmer 1974: 32).

From the preceding lines, the hypothesis derivable from them is that the Grammar-Translation Method needs revisiting. Some linguists have suggested on one side the eclectic method that can be used, a method which fuses the successful and non-conflicting elements of the many systems or methods that have been developed for teaching English as a second language or any foreign language.

On the other side, it is possible to think that there is an advantage for using the Communicative Approach. Freeman (1986:132) sustains this point of view, “the most obvious characteristic of the Communicative Approach is that almost everything that is done is done with a communicative intent. Students use the language a great deal through communicative activities such as games, role-plays, and problem-solving tasks.”

An example of problem-solving tasks is described in these lines where a student has to put in order the process of making tea as shown below:

Get some water from the tap.

Put it in the pan and then the pan on the stove.

Turn the stove on.

Wait until the water starts boiling.

Put it into a cup.

Take a spoon.

Add the tea leaves.

Take the tea leaves away using a colander.

Add sugar and milk.

Mix or stir.

The tea is ready to be served.

Enjoy your cup of tea.

Cuq and Grucia (2009:265-266) mention competences in communication to show what learners can benefit from the approach in the course of language learning:

Linguistic competence: this is based on knowledge of rules and grammatical structures, phonology, vocabulary, etc. (Hymes: 1971) refers to it as “**communicative competence**”.

Sociolinguistic competence: it consists of socio-cultural rules in using a language, taking into account situations and intentions in communication by language users.

Discourse competence: this ensures cohesion and coherence for different types of speeches with regard to promoters of the situation.

Strategic competence: it is constituted of capacities in using verbal and non-verbal strategies to compensate weaknesses in communication.

(Trans mine)

Conclusion

In language teaching or learning, priority should be given to learners' needs before any choice of the teaching method. About the topic that had been chosen, translation in both directions, i.e., mother tongue to the target language and from the target or foreign language to the mother tongue, this is valuable as the learning process concerns also the training of interpreters or translators in a bilingual or multilingual country. Since we need language to communicate, a suggestion has been made to use the communicative approach for better results that were obtained after having implemented it. That is why this old classical method or Grammar-Translation Method should be resorted to for the sake of eclecticism in order to answer all the learners' needs.

Bibliography

1. Cartledge H.A. J.C. Baly (1965). *An English Course for French- Speakers, Book Three*. Longman: Longman, Green and Co.ltd.
2. Celce-Murcia Marianne and Lois McIntosh 1979). *Teaching English as a Second or Foreign Language*. Rowley, Massachusetts: Newbury House Publishers, Inc.
3. Cuq Jean-Pierre et Isabelle Grucia (2009). *Cours de Didactique du Français Langue Etrangère et Seconde*. France : Presses Universitaires de Grenoble.
4. Doff Adrian (1988). *Teach English: A training Course for Teachers*. New York: Cambridge University Press.
5. Freeman Diane Larsen (1986). *Techniques and Principles in Language Teaching*. New York: Oxford University Press.
6. Hymes D.H. (1971). *On Communicative Competence*. Philadelphia University of Pennsylvania Press.
7. Nshindi, Mulamba Germain (2012-2013). *Further Studies of Research Methodology in Socio-Linguistics: Postgraduate Course*. English Department: ISP/Lubumbashi.

8. Palmer Harold E. (1974). *The Principles of Languages Study*. London: Oxford University Press.
9. Quirk Randolph et al. (1959). *The Teaching of English*. Great Britain: Oxford University Press.
10. Richards, J. and R. Schmidt (2002:231). *Longman Dictionary of Language Teaching and Applied Linguistics*. Third Edition. Longman: Longman.
11. Silvestre Sandra (2013). *General English*. South Africa: ABC international.
12. Soanes Catherine and Sara Hawker (2006). *Compact Oxford English Dictionary for University and College Students*. Oxford: Oxford University Press.
13. Stern H. H. (1983) *Fundamental Concepts of English Language*. London: Oxford University Press.
14. Weinreich U. (1953). *Languages in contact*. New York: Oxford University Press.
15. www.slideshare.net

LA PROBLEMATIQUE DE LA PRODUCTION ET DE L'IMPORTATION DES BIENS ALIMENTAIRES DE PREMIERE NECESSITE AU KATANGA (CAS DE LA FARINE DE MAÏS)

Par KAZIBA MUNZA ⁽¹⁾

0. INTRODUCTION

Il est observé depuis plusieurs années que la province du Katanga est fortement dépendante de l'extérieure en ce qui concerne les biens de première nécessité et ce, surtout la farine de maïs. Cette réalité, conduit le Katanga dans une fragilité de compétitivité-prix et par voie de conséquence un déséquilibre en termes de taux de couverture, un décalage conjoncturel avec un taux de pénétration fortement aiguë.

L'intérêt que présente cette étude est de donner une solution palliative aux décideurs qui doivent trouver une réponse aux besoins de la société Katangaise, en ce qui concerne l'insuffisance alimentaire par une relance du secteur agricole pour lutter contre la hausse de prix de la farine de maïs tout en jetant un regard critique sur la farine importée.

Au regard de ce qui précède, une question mérite d'être posée : « Comment empêcher l'importation de la farine de maïs au Katanga ? »

Il conviendrait de signaler que le Katanga importe plus la farine de maïs parce que sa production locale est insuffisante et incapable de répondre à la demande de la population faute de ne jamais investir suffisamment dans le secteur agricole en vue de répondre au besoin de consommation.

(1) Assistant à l'Institut Supérieur Pédagogique de Lubumbashi

Pour palier à cette insuffisance, le gouvernement national comme provincial, les opérateurs économique ainsi que toutes les couches sociales devront prendre conscience de relancer le secteur agricole qui ce dernier temps est fortement négligé alors que ce secteur constitue un investissement à coup sûr.

I. APPROCHE CONCEPTUELLE ET THEORIQUE

I.1 ECONOMIE

En tant qu'elle, elle a été conçue comme la science sociale des problèmes de l'échange et de fixation de prix.

Elle est encore conçue comme l'ensemble d'activités d'une collectivité humaine, relative à la production et consommation des richesses. Et à celles-ci il y a été ajouté les différentes définitions des philosophes qui sont entre autres : Thales, Xénophon, Platon et Aristote. Mais pour nous, celle qui nous intéresse beaucoup c'est celle de Platon exposant sa vision de l'utopie se trouve à aborder l'économie comme une science de gestion des biens et des personnes de la façon la plus juste possible dans la cité idéale⁴.

I.2 ECONOMIE EXTRAVERTIE

Comme le mot l'indique, une économie est dite extravertie lorsqu'elle est tournée vers l'extérieur c'est-à-dire lorsqu'elle dépend d'une autre économie extérieure (économie dépendante) au reste du monde.

I.3 BIENS DE PREMIERE NECESSITE

On appelle biens de première nécessité tout bien capable de satisfaire à un besoin physiologique

I.4 IMPORTATION

⁴ RAUDIN L. *manuel d'économie politique*, Paris, 1985, P.169

Quand le pays accepte d'ouvrir ses portes ou ses frontières pour chercher à se faire enregistrer dans le commerce international ou extérieur.

Tous les biens et services consommés dans pays n'ont que deux sources à savoir : la production locale et l'importation au moins pour les pays qui vivent avec une économie fermée ou en autarcie. Ces pays vivent de leur propre production, c'est qui ne pas le cas de la R.D.C. d'où, il faudra faire venir ces biens et services pour combler le vide laissé par la production locale d'où cette formule : $Y+M = C+G+I+X$.

Ces importations constituent une production extérieure qui vient s'ajouter à la production intérieure. Pour équilibrer la consommation en tenant compte de la qualité des biens et services importés. Actuellement, aucun pays ne vit dans un circuit économique fermé, car l'ensemble des pays du monde effectue des échanges avec le reste du monde qui porte sur les biens, l'économie internationale concerne donc des activités macro-économiques en économie ouverte.

I.5 EXPORTATION

C'est l'action de vendre des produits locaux à l'étranger. C'est le fait d'injecter dans le circuit économique et leur variation positive entraîne une augmentation du revenu national et de l'emploi, selon le mécanisme du multiplicateur.

C'est la production extérieure pour équilibrer la consommation en tenant compte surtout de la qualité et de la quantité des biens et services exportés

II. LES ATOUTS DU KATANGA ET CAUSES DES IMPORTATIONS

II.1 LES CLIMATS DU KATANGA

L'élément majeur du climat Katangais est l'alternance d'une saison humide et d'une saison sèche. La durée moyenne de la saison varie de cinq à sept voir huit mois. Elle est plus large et caractérisée par des périodes plus intenses au sud. Cette alternance imprime à la végétation un rythme saisonnier très marqué.

La pluviosité moyenne annuelle entre 650 et 1550 mm³ selon les sites, mais ce sont des variations mensuelles qui jouent un rôle prépondérant dans le rythme phénologique. C'est la sécheresse de la saison sèche qui marque la variabilité au sein du territoire.

La température y varie plus en fonction du relief, de la latitude et de la longitude que de la pluviosité. Sur l'année entière, on enregistre des températures minimales absolues variant entre 2 et 11°C et des températures maximales absolues variant entre 34,5 et 38°C selon les sites.

On peut également ajouter que l'éloignement de l'équateur s'accompagne d'une diminution progressive des températures minimales indépendantes de l'influence possible de l'altitude et que le climat est plus tempéré à l'ouest du Katanga.

En général, le minimum d'humidité relative est observé en juillet pour les régions basses et septentrionales. Par contre, les Hauts-plateaux ne connaissent pas des grandes sécheresses de l'air car la température moyenne y reste peu élevée.

II.2 AUTRES ATOUTS

Parmi les autres atouts dont dispose le Katanga, on peut noter les nombreux dons de la nature :

- La variété de son relief avec des altitudes variantes entre 1000, 1200 et 1500 m
- Son double climat tropical humide et tempéré chaud

- La variété de ses sols, des zones de végétation comprenant des formations herbeuses, des formations forestières claires, de galeries forestières et des marécages.
- Une géologie prodigieuse ressemblant à un Fac simulé du tableau de Mendeleïev ;
- Une des zones les plus pluvieuses de l'Afrique australe ;
- La plus riche hydrographie du pays avec le fleuve Lualaba, un réseau de grandes rivières et de nombreux lacs très poissonneux.

II.3 LES DIFFERENTES CULTURES RETROUVEES AU KATANGA

Les cultures au Katanga se répartissent selon les districts et villes. C'est ainsi qu'elles peuvent se regrouper de la manière suivante :

- Le district du Haut Lomami, on y retrouve les cultures ci-après :
 - ✚ Les céréales tels que : riz, le millet, le sorgho, le maïs ;
 - ✚ Les légumineuses : haricot ;
 - ✚ Les plantes et tubercules : la pomme de terre, l'igname l'oignon, la cocasse et le tabac.
- Le district du Tanganyika, on y trouve les cultures ci-après : le maïs, le manioc, le riz, la canne à sucre, l'oignon, le poivron, l'arachide et le palmier à huile...
- Le district du Lualaba, on y trouve le maïs, le riz, le manioc, la patate douce, l'arachide etc.
- Le territoire de Mitwaba et Pweto produisent le maïs, le manioc le riz, le haricot, l'arachide, la pomme de terre et constituant les principales greniers du haut Katanga.
- Le Katanga, outre les grandes cultures mécanisées du sud, on pratique aussi de cultures maraichère telles que la courge, la tomate, les différents légumes et certains fruits tels que les citrons, les oranges, la pamplemousse et la mandarine.

Les grandes villes sont les plus grands consommateurs de produits de première nécessité en cas d'insuffisance.

II.4. PRODUCTION LOCALE DE QUELQUES PRODUITS VIVRIERS AU KATANGA DE 2009 A 2013

TABLEAU 1

Source: ministère de l'agriculture.

II.2.1 PRODUCTION PAR DISTRICT DES PRODUITS VIVRIERS AU KATANGA DE 2009

Année/ Production	2009	2010	2011	2012	2013
Maïs (graines)	439 408	458 264	382 064	277 847	389395
Riz (Paddy)	44 392	52 439	82 935	75 904	63917
Haricot	186 863	68 861	68 072	74 653	99 612
Arachides	89 578	81 810	111 639	80 130	90 789

Source : inspection provinciale de l'AGRIPEL/ Service national de statistique agricole

NR : non renseigné

Tableau 3

ARACH	HARIC	RIZ	MAIS	ANNEE	DIST RICT
16994	15740	6455	133172	2009	HAUT LOMAMI
13097	16740	5817	176583	2010	
9981	12153	10264	152602	2011	
15401	17401	21345	67892	2012	HAUT KATANGA
13868	15508	10970	132.562	2013	
10037	131769	1481	91686	2009	
10381	16182	1081	107259	2010	LUALABA
15327	15885	737	76169	2011	
11915	8461	1098	91704	2012	
11915	43074	1099	91704	2013	
16965	1934	3984	32258	2009	
13864	8032	3840	26988	2010	
10764	3719	2984	27094	2011	
10398	4561	3602	28780	2012	
12997	4561	3602	28780	2013	

SOURCE : institut national de statistique agricole/agripel

Tableau 4

ARACHIDE	HARICOT	RIZ	MAÏS	ANNEES	PRODUIT
22696	19434	29695	104513	2009	
21252	24050	37215	122305	2010	
63171	18037	40104	86722	2011	
26779	28667	40704	78385	2012	
33474	22547	36929	97981	2013	
1679	15625	271	59931	2009	
3026	1705	30	4978	2010	
1671	1357	25036	32634	2011	
42	583	6334	2622	2012	
1604	4817	7917	25041	2013	
39	327	1228	286	2009	
40	244	2812	349	2010	
66	213	1870	1244	2011	
101	162	1477	634	2012	
61	236	1846	628	2013	

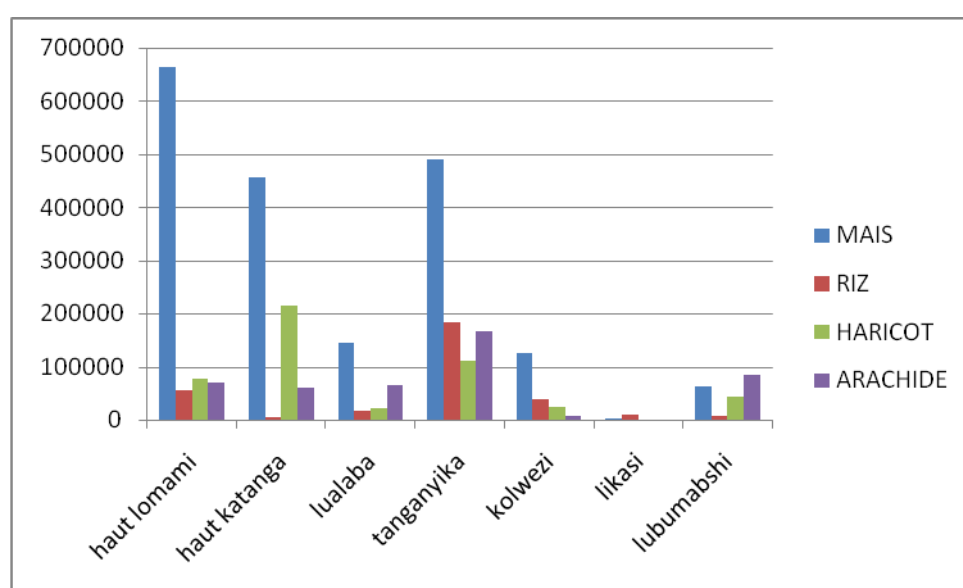
SOURCE : institut national de statistique agricole/agripel

LA PRODUCTION VEGETALE AU KATANGA DE 2009- 2012 EN TONNE

TABLEAU 5

DISTRICT	MAÏS	RIZ	HARICOT	ARACHIDE
HAUT-LOMAMI	662 811	54 851	77 542	69 341
HAUT KATANGA	455 522	5496	215 371	59 575
LUALABA	143 400	18012	22 807	64 988
TANGANYIKA	489 806	184 647	112 735	167 372
KOLWEZI	125 206	39 558	24 087	8022
LIKASI	3141	9233	1182	307
LUBUMBASHI	63 491	7757	44110	84 338

GRAPHIQUE 1



SOURCE : élaboré par nous -mêmes

II.5 CAUSES DES IMPORTATIONS

Le commerce international:

Les hypothèses possibles du commerce international

A. Par rapport au PNB

1. $PNB = D$ La production nationale est égale à la demande. Il n'y a pas moyen de procéder à l'échange international.
2. $PNB < D$: déficit ce qui signifie que la production nationale n'a pas suffi pour satisfaire la demande nationale. Il faut donc chercher, en dehors de la frontière nationale une quantité supplémentaire pour corriger le déséquilibre entre l'offre et la demande au niveau national. La quantité ainsi importée est appelée – supplément d'importation $S(i)$.
3. $PNB > D$: Excédent : ce qui signifie qu'une partie de la demande nationale ayant été satisfaite par une partie de la production nationale, il en reste une autre qui ne trouve pas de preneurs sur le marché national. Il faut donc en chercher en dehors de la frontière nationale. La quantité ainsi exportée s'appelle un prélèvement d'exportation $P(E)$

Dès lors, on peut établir un rapport entre le prélèvement d'exportation $P(E)$ et le supplément d'importation $S(i)$ qui représentent respectivement les recettes d'exportation et le financement des dépenses d'importation. Ainsi si :

1. $P(E) = S(i)$: équilibre de la balance commerciale, c'est-à-dire que les recettes d'exportation ont permis de couvrir toutes les dépenses d'importation.
2. $P(E) < S(i)$: déficit de la balance commerciale. Les exportations ont été inférieures aux importations. Donc les recettes d'exportations n'ont pas suffi à couvrir toutes les dépenses d'importations : d'où le déficit qu'il faudra chercher

à combler soit par les recettes au niveau de la Banque Centrale, soit par les capitaux d'emprunt.

3. $P(E) > S(i)$: Excédent de la balance commerciale.
 Les recettes d'exportations ont permis de couvrir toutes les dépenses d'importation et il en reste encore. D'où l'Excédent de la balance commerciale pour lequel il faut trouver un emploi.

B. Prix intérieur et prix sur le marché mondial

Les prix pratiqués sur le marché intérieur et sur le marché extérieur jouent également un rôle important dans l'orientation des opérations du commerce international

En supposant que P_U représente le prix d'un produit i dans un pays J et P_w , le prix du même produit sur le marché mondial, on peut poser que si

- 1) $P_{ij} = P_w$: il n'y a pas lieu de faire le commerce international car les marchandises importées ou exportées devront supporter les frais de transport, d'assurance et de droits de douane. Ce qui le rendra plus onéreuses sur le marché national (pour les marchandises importées) ou sur le marché mondial (pour les marchandises exportées)
- 2) $P_{ij} < P_w$: les opérateurs économiques chercheront à tirer profit de la différentielle des prix intérieurs et extérieurs, ils vont acheter à l'intérieur pour vendre à l'extérieur.
- 3) $P_{ij} > P_w$: Importation : Ici, on va assister au phénomène inverse. Les prix intérieurs étant supérieurs aux prix pratiqués sur le marché mondial.
 Les opérateurs économiques vont acheter à l'extérieur.

Le Katanga qui était autre fois parmi les greniers de la R.D.C, aujourd'hui il est devenu demandeur, pourquoi ? Il est connu

que le Katanga à lui seule produisait 68% pour couvrir ses besoins, mais avec cette dilatation de la population due aux implantations des industries minières qui ont favorisé l'exode rural et ce dernier a favorisé l'explosion démographique et c'est ce qui a poussé ou qui a fait à ce que la production locale ne puisse pas couvrir le besoin de la population. Et comme le Katanga est incapable de couvrir les besoins de la population par la production locale, il doit alors recourir aux importations c'est-à-dire comme l'offre alimentaire est fonction de la production locale et des importations, la production locale étant déficitaire, le Katanga recourt aux importations pour répondre à la demande qui est de plus en plus croissante car elle est fonction du nombre de la population.(cfr 1^{ère} hypothèse, $PNB < D$)

Autre causes :

- Lorsqu'il y a exode rural, les paysans katangais ont abandonné leurs activités habituelles comme la pêche, l'agriculture et l'élevage pour se livrer à l'exploitation artisanale des minerais parce qu'ils en tirent un profit précoce et éphémère au détriment de l'agriculture, de la pêche et de l'élevage. C'est pourquoi, le Katanga est obligé d'importer aujourd'hui environ 80% de la farine de maïs venant des pays de l'Afrique australe.
- La population locale est elle aussi quelque part cause des importations dans le sens qu'elle accorde plus d'intérêt aux produits importés qu'aux produits locaux qui sont sur le marché tout en prétextant que ceux importés sont bien entretenus par rapport aux locaux.
- La non prise en compte par la population Katangaise du secteur agricole et l'ignorance de tout ce qu'il offre comme avantages.
- Une cause non de moindre est celle d'envisager par le pouvoir public la suppression des obstacles tarifaires en termes d'exonération de la farine de maïs au lieu de les renforcer et/ou d'appliquer les obstacles non tarifaires notamment les restrictions quantitatives.

III. LA PRODUCTION LOCALE DES MAÏS ET L'IMPORTATION DE LA FARINE DE MAÏS AU KATANGA (illustration en 2011 – 2012)

III.1. LA PRODUCTION DE MAÏS PAR DISTRICT ET/OU PAR VILLE AU KATANGA (en tonnes)

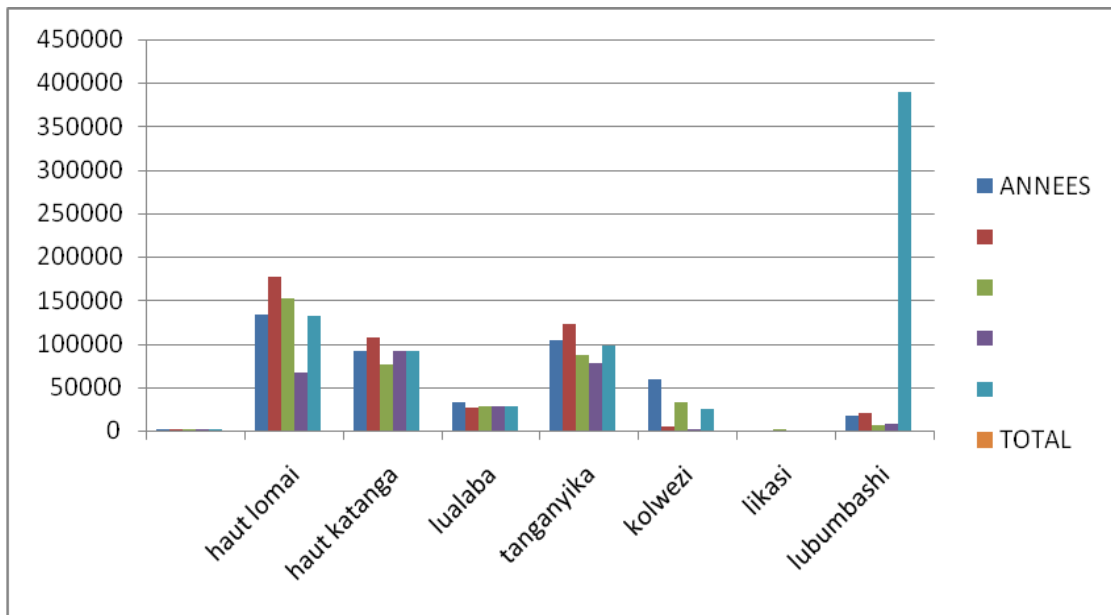
II.2.3 LA PRODUCTION DE MAÏS PAR DISTRICT AU KATANGA DE 2009-2013 (EN TONNES)

TABLEAU 6

DISTRICT	ANNEES					TOTAL
	2009	2010	2011	2012	2013	
HAUT LOMAMI	133172	176583	152602	67892	132562	662811
HAUT KATANGA	91686	107259	76169	91704	91704	455522
LUALABA	32258	26988	27094	28780	28780	143900
TANGANYIKA	104513	122305	86722	78385	97981	489806
KOLWEZI	59931	4978	32634	2622	25041	125206
LIKASI	286	349	1244	634	628	3141
LUBUMBASHI	17562	19802	5599	7830	389395	63491

SOURCE : élaboré par nous même à partir des données récoltées

Graphique2



Dans la production par district, nous dirons que le haut Lomami est le premier district dans la production de maïs et la ville de Likasi est la dernière. Or, dans le haut Lomami le maïs n'est pas l'aliment de base. L'aliment de base c'est le manioc. Mais, pour expliquer cette production élevée par rapport à la ville de Likasi, nous dirons que c'est justement par les conditions éco-climatiques des territoires de Kaniama, Kamina et Kabongo qui permettent d'atteindre les objectifs de production de maïs.

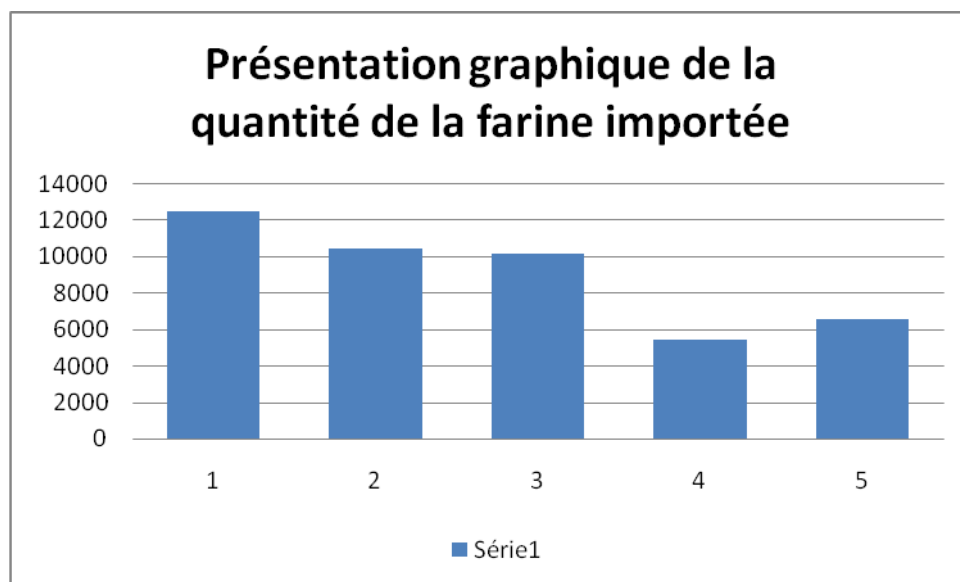
IMPORTATION DE LA FARINE DE MAÏS AU KATANGA DE 2009 A 2013

TABLEAU 7

ANNEE	DESIGNATION	QUANTITE (tonnes)
2009	Farine de maïs	12473,025
2010	Farine de maïs	10422,013
2011	Farine de maïs	10100,003
2012	Farine de maïs	5406,010
2013	Farine de maïs	6556, 008

Source : Service statistique OCC/Katanga.

Graphique 3



Au regard de ce tableau, il sied de remarquer que la quantité de maïs importée va en décroissance cela est dû au fait que le gouvernement Provincial a incité les entreprises minière et autres à cultiver le maïs pour faire face à l'importation ; sauf de 2012 à 2013 où on observe une légère croissance. La qualité de la farine importée constitue un facteur non de moindre pour expliquer la motivation de sa consommation ; aussi lorsqu'on recourt à la théorie d'échange comparative le rapport qualité-prix constitue une seconde motivation. En considérant l'année 2012 il est observé une croissance aussi brutale à l'an 2011 due à un protectionnisme, ce qui provoqua une hausse généralisée de prix de la farine importée sur le marché, poussant cette fois si la population impuissante à consommer la farine locale ou alors à réduire la consommation.

Au regard des tableaux ci-haut, il ressort clairement que le Katanga importe plus de farine de maïs qu'il n'en produit.

III.3 CONSEQUENCES DES IMPORTATIONS

Quant aux conséquences des importations, il est à savoir de même que les exportations sont une utilisation, un emploi de ressource du pays, tout comme la consommation et l'investissement. Alors, nous devons répondre en retenant comme conséquences, celles qui suivent :

- Si les prix de biens importés augmentent beaucoup alors que ceux des biens exportés restent maintenus ou diminuent, la nation ne pourra plus être capable d'importer la même quantité de biens avec ses recettes ; on parle dans ce cas de la dégradation des termes de l'échange (6)
- Si les recettes en devise sont inférieures aux dépenses, le pays devra puiser dans les réserves extérieures pour régler ses actes avec le reste du monde.
 - Le déséquilibre du budget de l'état suite à la forte demande de la population. Et dans le cas où l'état pour

couvrir les besoins de la population n'a pas de moyens il va s'endetter pour équilibrer ses dépenses de ses recettes. D'où ces deux représentations. Malgré que l'état a équilibré son budget par les dettes, la conséquence existe toujours dans le sens qu'il est classé parmi les pays endettés.

- Une autre conséquence reste à constater sur la balance commerciale qui nous présente un solde négatif ou déficitaire parce que les importations sont supérieures aux exportations.
- Risque de consommer les produits avariés
- On risque d'assister à l'effet massé c'est-à-dire avec l'argent des autres on peut s'appauvrir par ce qu'on emprunte pour manger or un principe nous dit qu'il ne faut pas s'endetter pour manger, mais pour investir.

L'instabilité du taux de change provoquée par les importations par le fait qu'il y a une diminution de l'offre de devise et par conséquent, il y aura, la dépréciation de la monnaie nationale, manque de contrôle des produits importés, car l'état est incapable de fixer le volume des produits importés.

- Il y a inflation et une augmentation généralisée au niveau de prix, et cette hausse de prix aura à son tour, plusieurs conséquences.

III.4. L'INFLUENCE DE PRIX DE PRODUITS IMPORTES SUR LE MARCHE

La circulation des marchandises donne lieu à des échanges de transaction qui se font à l'aide de prix. C'est pourquoi nous commencerons ce point très capital par une étude plus théorique dans la fixation de prix.

- Pourquoi le prix de la farine change-t-il d'un mois à un autre ?

D'une manière générale quand le prix des produits importés augmente, les produits locaux suivent ce même mouvement et de même quand il y a baisse.

Avec les lignes qui suivent nous tenterons d'expliquer les mouvements de variation de prix en trois phases qui sont : la hausse, la baisse et la stabilité.

La stabilité et la baisse des prix des produits sont liées d'une part à une abondance constante observée dans l'approvisionnement du marché local en produits et d'autre part à la diminution de la demande par rapport à l'offre provoquée par la chute du pouvoir d'achat du consommateur ou encore s'il y a inflation monétaire c'est-à-dire perte de valeur de la monnaie suite à sa multiplicité sur le marché.

Il y a chute du taux du dollar Américain et suite à l'abondance de ce produit sur le marché c'est-à-dire la présence régulière des certains de ces produit sur le marché.

L'abondance de certains produits saisonniers locaux dont quelques-uns en provenance de la Zambie et la Tanzanie et le reste du monde.

En ce qui concerne la hausse, il résulte de la spéculation provoquée par la faiblesse de l'offre par rapport à la demande ainsi qu'au réajustement du prix effectué par certains acheteurs locaux d'une part et d'autre part la rareté de certains produits en une période des moissons détermine la forte demande pendant la période des moissons et aussi les réajustement de prix.

L'insuffisance de devises nécessaires à leur importation d'autres monnaies étrangères. Le taux de change du Franc congolais est perpétuellement flottant, le non approvisionnement régulier du marché en produit pétroliers avec comme conséquence la majoration des prix de transport vers les lieux précis des consommateurs d'où difficulté de transport d'achèvement de produits du centre de production vers le centre de consommation.

Les mauvais états des routes tant d'intérêt général que de desserte agricole et la vétusté de wagons de la S.N.C.C, voir la quasi-disparition de chemin de fer par une substitution des routes qui sont à la merci de tracs.

IV. ETUDE FINANCIERE D'UN PROJET DE RELANCE AGRICOLE DANS UN CENTRE AGRICOLE

1) EQUIPEMENT AGRICOLE

Tableau 4

N°	DESIGNATION	QUANTITE	P.U EN \$	P.T EN \$
1	Houes	100	2,5	250
2	Machettes	70	3	210
3	Haches	70	4	280
4	Râteaux	35	3	105
5	Pelles rondes	70	5	350
6	Brouettes	10	40	400
7	Coupe-coupe	35	3	105
8	Bâches	15	50	750
9	Battes CTD	10	15	150
10	Pioches	6	10	60
11	Salopettes	15	10	150
	TOTAL			2810

Source TWIKATANE III AA

2) Cout de matériel de logistique

Tableau 5

N°	DESIGNATION	QUANTITE	P.U EN \$	P.T EN \$
1	Camionnette 3T	1	14 000	14 000
2	Moto	1	4 000	4 000
3	Vélo	5	80	4 000
	TOTAL			18 400

3) AMORTISSEMENT DES INVESTISSEMENTS

Tableau 6

N°	DESIGNATION	MONTANT	TEMPS
1	Equipements agricole	1 405	2 ans
2	Matériel de logistique agricole	3600 200	8 ans camionnette et moto 2 ans vélo
	TOTAL	5 205	

SOURCE : TWIKATANE III AA, Op cit

4) Dépenses d'exploitation

Tableau 7

N°	CATEGORIE	NOMBRE	CUM	CUA	TOTAL
1	Agronome	1	260	3 120	3 120
2	Ouvrier	7	150	12 600	12 600
	TOTAL				15 720

5) Intrants Agricoles

Tableau 15

N°	DESIGNATION	NOMBRE D'HECTARES	Kg/Ha	PU/Kg	PRIX TOTAL
1	Semences	1	25Kg	15	375
2	N.P.K	1	200Kg	15	300
3	Urée	1	200Kg	15	3 000
	TOTAL				3 675

6) Location de tracteurs

Tableau 8

N°	DESIGNATION	Ha	PU/Ha	Nbre Ha en \$	carburant	Total	P.T
-----------	--------------------	-----------	--------------	----------------------	------------------	--------------	------------

01	Le labour	1	85	15	1275	20L/ Ha	15	300L	540	1815
02	Le hersage	1	40	15	600	20L/ Ha	15	300L	540	1140
03	La semai	1	40	15	600	20L/ Ha	15	300L	540	1140
04	L'herbeux	1	40	15	600					600
	TOTAL									4695

7) Carburant et Lubrifiant pour la logistique

Tableau 9

N°	DESIGNATION	QUANTITE	PU EN \$	PT EN \$
01	Camionnette	8000L	1,8	1440
02	moto	300L	1,8	540
	TOTAL			1980

S : Lubrifiant 12% de la valeur du carburant $(1980 \times 12) / 100 = 237,6\$$

Source : TWIKATANE III AA, Op cit

Donc avec un montant de 43842,6 \$ le centre agricole TUKATANE III AA est capable de relancer ses activités sur une étendue de 15 hectares en garantissant une moisson de 6,5 tonnes par hectare.

Si nous on relance l'agriculture et on crée des minoteries pour la transformation locale de la farine de maïs ainsi on mettra fin à la dépendance extérieure.

Et l'état à tout intérêt d'appuyer ce secteur et cette initiative parce qu'en relançant le secteur agricole et en implantant des minoteries, il aura à accomplir certains parmi ses cinq chantiers c'est le cas du travail qui vient à la diminution du chômage parce que les champs ont besoin d'une main d'œuvre abondante pour l'accomplissement des lourdes tâches champêtres.

CONCLUSION

Depuis des années le Katanga se donne beaucoup plus à l'exploitation minière au détriment de l'exploitation agricole tout en ignorant que cette dernière a une grande importance dans l'économie d'un pays. S'il n'y a pas d'agriculture dans un pays, ce dernier est voué à la mendicité et à la dépendance de l'extérieur.

Comment alors peut-on parler du développement et de l'économie durable dans la province du Katanga, si jusqu'à présent elle continue à demander les produits de première nécessité qui est *la farine de maïs* et autres produits vivriers.

Donc, l'économie de la dite province est encore au stade primaire. Les étrangers importent les minerais pour la transformation secondaire, cependant la RD Congo et le Katanga en particulier importe les produits vivriers tout en exportant ses minerais. Entre autres, on voit la présence des usines de transformation alimentaire au Katanga tandis que le reste du monde a des usines de transformation de véhicules, etc. comment peut-on chercher à développer le secteur minier si on n'a pas encore dépassé le premier stade ?

Imaginez-vous si un pays ou une province s'endette pour les biens de première nécessité, comment sera qualifiée l'économie de ce pays ou de cette province si c'est ne qu'une économie sous développée.

De même que l'existence des riches réserves géologiques n'a pas empêché la descente du Katanga aux enfers, de même l'immensité du potentiel agricole n'a pas mis le Katanga à l'abri de la disette et l'insécurité alimentaire.

Beaucoup de familles du Katanga ont accès qu'à un seul repas par jour et souvent mal équilibré. Plusieurs personnes n'ont pas accès à la notion calorique minimale quotidienne.

Il faudra signaler que la malnutrition et la sous-alimentation entretiennent le cercle vicieux du sous-développement. Cette malnutrition et cet état de sous-alimentation réduisent le volume d'offre de travail par ce qu'ils sont l'une des causes de la forte mortalité observée dans le pays en développement ou l'espérance de vie est fort réduite (30 à 40 ans).

Les zones urbaines du Katanga survivent aujourd'hui à la manière d'un fœtus à s'approvisionner par le biais d'un cordon ombilical qui est la route Kasumbalesa qui peut à tout moment être rompu pour une raison ou une autre.

L'économie est un peu menacée suite à une hausse exagérée du prix de la farine de maïs, considéré comme l'aliment de base pour satisfaire le besoin alimentaire. Parce que si un pays est encore au stade primaire qui est la nourriture, comment pourra-t-il se développer ?, comment pourra-t-il avoir une économie durable ? La situation qui a prévalu au mois de décembre 2012 jusqu'au mois de mai 2013 où le prix de la farine est passé de 10 500Fc 33.000Fc ne doit pas laisser indifférent les acteurs de cette province cible. Avec ses multiples potentialités, l'on ne pense pas que le Katanga aujourd'hui devrait totalement dépendre de l'étranger, mais c'est ce qui est le cas aujourd'hui c'est-à-dire le Katanga a un regard tourné vers les mines qui sont des gisements épuisables qui s'explique par l'encouragement des investissements miniers, en vendant des terres arables au détriment de l'agriculture.

L'agriculture dans un pays est l'approvisionnement par excellence de l'économie d'un pays ; parce que la vocation première d'un pays est d'assurer la sécurité alimentaire des habitants de son pays. L'agriculture est un secteur qui contribue fortement au PNB, à hauteur de 30% en moyenne en Afrique. Dans le pays sans ressources minières comme le Benin, les exportations agricoles restent la principale ressource de devises, dans le sens que si un pays produit au-delà de ses potentialités, il y aura surproduction qui sera destinée à l'exportation et ces exportations apportent au pays de devises. Elle joue aussi un grand rôle dans le PIB.

Il est coutumier d'entendre que la RDC est un scandale géologique. Il serait adéquat d'ajouter aussi que le Katanga est un scandale agro-pastoral, sous l'hypothèse d'une agriculture fortement intense.

Au Katanga, le potentiel agricole est immense. La province jouit des conditions naturelles particulièrement favorables aux activités agricoles : précipitations en quantité suffisante qui permettent deux saisons culturales par an. Important réseau hydrographique, fertilité des sols, large ensoleillement. Elle se caractérise également du fait de sa taille par la diversité des conditions climatiques, géologiques et géomorphologiques, ce qui permet une grande diversité des cultures.

BIBLIOGRAPHIE

Ouvrages

1. Christian COMELIAU, *condition de la planification du développement l'exemple du Congo*, Paris, 1960
2. Jean-Claude MASANGU MULONGO, *pour quoi je crois au progrès de l'Afrique*, Paris, Prestige-Communication, 2009
3. R. MALLET, *le retour à la terre*, Paris, 1991
4. Paul RAUDIN, *manuel d'économie politique*, Paris, 1985

Dictionnaire

1. Larousse, Paris, cinquanteaire 2010
2. Robert, Paris, 1971
3. Dictionnaire d'économie et des sciences sociales

Revue et Rapport

1. BELTRADE-CONGO
2. Rapport annuel de la banque centrale du Congo, 2008